Interstaatliche Hochschule für Technik Buchs NTB, Sy	Analysis
Klasse 1d	26.2.2003
Serie 22	**Prüfung**

Name

Vorname

41 Pt. total → Note

– Lösungen ohne verständliche Herleitung geben keine Punkte.
– Hilfsmittel: nur Formelsammlung.
– Zeit: 60 Minuten.

Aufgabe 1 (3x1 + 3x2 Pt.)

Pt. 9

(a) $(-5 \cdot e^x + \cos x + 2 \cdot \ln x)' = \underline{\underline{-5 \cdot e^x - \sin x + \frac{2}{x}}}$ (Resultat genügt)

1

(b) $(e^{-\omega t})' = \underline{\underline{-\omega \cdot e^{-\omega t}}}$ (Resultat genügt)

1

(c) $\left(\frac{1}{f(x)}\right)' = \underline{\underline{-\frac{f'(x)}{(f(x))^2}}}$ (Resultat genügt)

1

(d) $\left(\frac{c}{e^x}\right)' = (c \cdot e^{-x})' = c \cdot e^{-x} \cdot (-1) = \underline{\underline{-\frac{c}{e^x}}}$

1

2

(e) $\left[\ln\left(\frac{1}{x^3}\right)\right]' = \left[\ln(x^{-3})\right]' = \left[-3 \cdot \ln x\right]' = \underline{\underline{-\frac{3}{x}}}$

2

(f) $[\sin^2(4x+8)]' = 2 \cdot \sin(4x+8) \cdot \cos(4x+8) \cdot 4$

$= \underline{\underline{8 \cdot \sin(4x+8) \cdot \cos(4x+8)}}$

$= 4 \cdot \sin(8x+16)$

2

Aufgabe 2 (6+5 Pt.)

11 Pt. 7

(a) Die Funktion $f(x) := \dfrac{\ln x}{x}$ hat einen Extremwert.

Berechnen Sie $f'(x)$ und $f''(x)$ und bestimmen Sie damit die x-Koordinate der Extremalstelle und ob es sich um ein Maximum oder Minimum handelt.

$$f'(x) = \frac{1/x \cdot x - \ln(x) \cdot 1}{x^2} = \frac{1 - \ln x}{x^2}$$

1

3

pro Fehler 1 Pt. Abzug

$$f''(x) = \frac{-1/x \cdot x^2 - (1 - \ln x) \cdot 2x}{x^4} = \frac{-x - 2x + 2x \cdot \ln x}{x^4} = \frac{2 \cdot \ln(x) - 3}{x^3}$$

$f'(x) = 0$: $1 - \ln x = 0$, d.h. $\ln x = 1$, d.h. $\underline{\underline{x = e}}$

3

$$f''(e) = \frac{2 \cdot \ln(e) - 3}{e^3} = -\frac{1}{e^3} < 0$$

d.h. **Maximum**

6

(b) Bei welchen x-Werten der Kurve $f(x) = 2x^3 + \frac{1}{2}x^2$ verlaufen die Tangenten parallel zur Geraden $\underbrace{y = x - \frac{8}{17}}_{\text{Steigung} = 1}$?

1

3

$f'(x) = 6x^2 + x$ 1

also: $6x^2 + x = 1$ 1, d.h. $6x^2 + x - 1 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot 6 \cdot (-1)}}{2 \cdot 6} = \frac{-1 \pm 5}{12}$$

$$\underline{\underline{x_1}} = \frac{4}{12} = \underline{\underline{\frac{1}{3}}}$$

$$\underline{\underline{x_2}} = \frac{-6}{12} = \underline{\underline{-\frac{1}{2}}}$$

2

5

10 Pt.

Aufgabe 3 (3+3+4 Pt.)

(a) $\int_1^2 (\ln x)\cdot x\,dx \overset{(337)}{=} \left[\frac{1}{2}x^2\left(\ln x - \frac{1}{2}\right)\right]_1^2$ 1

$= \frac{4}{2}\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{2}\right)$ 1

$= 2\left(\ln 2 - \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{4}$

$= \underline{\underline{2\cdot \ln 2 - \frac{3}{4}}}$ 1 $= \underline{\underline{\ln(4) - \frac{3}{4}}}$

3

(b) Sie wissen, dass $\int_{-2}^{b} f(x)\,dx = 36$. Berechnen Sie:

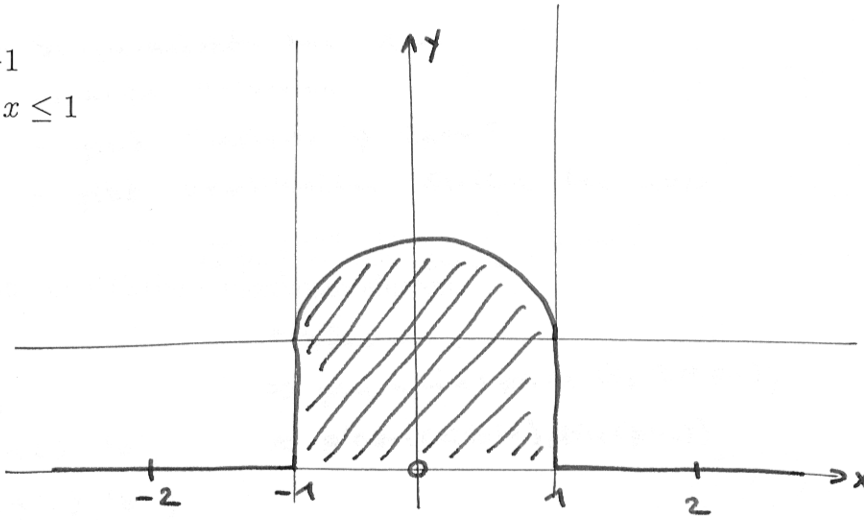
$$\underbrace{\int_b^{-1} f(x)\,dx + \underbrace{\int_4^4 [f(x)]^2\,dx}_{0 \; (1)} \underbrace{- \int_{-2}^{-1} f(x)\,dx}_{+\int_{-1}^{-2} f(x)\cdot dx}}_{\int_b^{-2} f(x)\cdot dx}$$

$\int_b^{-2} f(x)\cdot dx$ 1 $= -\int_{-2}^{b} f(x)\cdot dx = \underline{\underline{-36}}$ 1

3

(c) $h(x) := \begin{cases} 0: & x < -1 \\ \sqrt{1-x^2}+1: & -1 \le x \le 1 \\ 0: & 1 < x \end{cases}$

Bestimmen Sie $\int_{-2}^{2} h(x)\,dx =$



$= \underline{\underline{2 + \frac{\pi}{2}}}$

— "+1" vergessen : 2 Pt.
(Rest 100% richtig)

4

Aufgabe 4 (2+1+2+1+2+2+1 Pt.) Pt. 11 /15

Lösen Sie folgende Aufgaben möglichst einfach mit MATLAB:

(a) Skizzieren Sie den Grafen von $y = \sin(x^2)$ für $0 \leq x \leq 5$. Verwenden Sie genau 300 Datenpunkte und kommen Sie mit möglichst wenig Befehlszeilen aus.

```
>> x = linspace(0,5,300);
>> plot(x, sin(x.^2))
```

nötig!

";" ohne Pt.-Abzug

- Abzug: - ohne "300" - 3 Zeilen - ohne "."

2

(b) Was ist `1:0.3:2` ?

der Vektor [1 1.3 1.6 1.9]

- Vektor muss so darstellen!

1

(c) Skizzieren Sie den Grafen von $y = e^x$ als rote, durchgezogene Linie, zusammen mit einem schwarzen Punkt bei $(0; 1)$.

```
>> x = linspace(-2,2);
>> plot(x, exp(x), 'r', 0, 1, 'ko')
```

noch kein Pt.

oder "o"

2

(d) Mit welchem Befehl beschriften Sie die vertikale Achse mit „Amplitude"?

```
>> ylabel('Amplitude')
```

1

(e) Was halten Sie von folgender Funktions-Skizze?

```
>> x = -3:0.01:3;
>> y = 1./x;
>> plot(x,y), grid
```

= grid on (ist ok)

Singularität bei x=0: ①

zulässige Antworten:

- gibt "divide by zero"
- gibt vertikalen Strich bei x=0 ①

(oder: mit macht man es genauer die Bereiche!)

2

(f) Skizzieren Sie den Einheitskreis – in einer Farbe – möglichst elegant.

umständlich:

```
>> x = linspace(-1,1);
>> plot(x, sqrt(1-x.^2), 'b',
        x, -sqrt(1-x.^2), 'b')
```

max 1Pt.

einfacher:

```
>> phi = linspace(0, 2*pi);
>> plot(cos(phi), sin(phi))
```

2

(g) Was versteht man unter der „command/function duality"?

z.B. $\underbrace{\text{>> axis equal}}_{\text{command}}$ ist dasselbe wie $\underbrace{\text{>> axis('equal')}}_{\text{function}}$

1