Interstaatliche Hochschule für Technik Buchs NTB, Sy	Analysis
Klasse 1d	10.12.2003
Serie 12	**Prüfung**

Name	Vorname	Pt. total	→	Note
		53		

– Punkteabzug oder keine Punkte für schwer verständliche oder unnötig komplizierte Lösungen.
– Hilfsmittel: nur Formelsammlung.
– Zeit: 80 Minuten.

Aufgabe 1 (2+2+3+3+2 Pt.)

Pt. 12

6

(a) Bestimmen Sie den Schnittpunkt der Geraden $g:\ y = 2x + 3$ und $h:\ y = -x + 2$.

$2x + 3 = -x + 2$

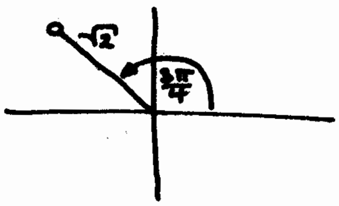
$3x = -1$

$x = -1/3$ 1

$y = -(-1/3) + 2 = 7/3$ 1

2

(b) Wie lauten die kartesischen Koordinaten des Punktes $(r; \varphi) = (\sqrt{2}; \frac{3\pi}{4})$?



ohne Rechnung

$(x; y) = (-1; 1)$

2

(c) Bestimmen Sie den größtmöglichen Definitionsbereich der Funktion $y = \dfrac{e^x}{\tan x}$.

e^x: kein Problem

$\tan x$: $\neq 0$ und $\neq \pm\infty$

d.h. $x \neq k \cdot \frac{\pi}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$

– 3 Pt. nur falls 100% richtig!
– 2 Pt.: ein Fehler
– (echte) Ansätze: 1 Pt.
– Nur an NS oder Sing. gedacht: 1 Pt.

3

(d) Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion $y = \cos\left(x - \dfrac{2\pi}{3}\right)$.

$\cos\left(\frac{\pi}{2} + k \cdot \pi\right) = 0 \quad (k \in \mathbb{Z})$

– pro Fehler / Unterlassung 1 Pt. Abzug.

also: $x - \frac{2\pi}{3} = \frac{\pi}{2} + k \cdot \pi$

somit: $x = \frac{7\pi}{6} + k \cdot \pi = \frac{\pi}{6} + k \cdot \pi \quad (k \in \mathbb{Z})$

3

(e) Skizzieren Sie den Grafen der Funktion $y = x^{-2}$.

Siehe FS, S.88 unten!

2

Aufgabe 2 $(3+3+3+2+2$ Pt.$)$

13 Pt.

7

(a) Bestimmen Sie das Symmetrieverhalten der Funktion $y = \sin^2 x \cdot \cos x$.

$$y(-x) = \underbrace{\underbrace{\sin^2(-x)}_{(-\sin x)^2}}_{\sin^2 x} \cdot \underbrace{\cos(-x)}_{\cos(x)} = \sin^2 x \cdot \cos x = y(x)$$

also: $\underline{\underline{\text{gerade}}}$

3

– 3 Pd. nur, falls einwandfreie und gut verständliche Herleitung!

(b) Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion $y = x^4 - 5x^2 + 4$.

biquadratisch! Substitution $z = x^2$:

$$y = z^2 - 5z + 4 = 0 \quad (1)$$

$$z_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \Longrightarrow \begin{array}{l} z_1 = 4 \\ z_2 = 1 \end{array}$$

3

also:
$x^2 = 4$: $\quad x_1 = 2 \quad x_2 = -2$
$x^2 = 1$ (1): $\quad \underline{\underline{x_3 = 1 \quad x_4 = -1}}$ (1)

(c) Bestimmen Sie die Umkehrfunktion der Funktion $y = 3 \cdot e^{x+0.1}$.
Bitte Resultat ohne Brüche.

$$y/3 = e^{x+0.1} \quad | \ln(\cdot)$$

$$\ln(y/3) = x + 0.1 \quad (1)$$

$$x = \ln(y/3) - 0.1 = \ln(y) - \ln(3) - 0.1 \quad (1)$$

3

$x \leftrightarrow y$: $\underline{\underline{y = \ln(x) - \ln(3) - 0.1}}$ (1)

(d) Wie ändert sich die Funktionsgleichung von $y = x^2 - \sin x + 3$ bei Verschieben der Kurve um zwei Einheiten in positiver x-Richtung und drei Einheiten in negativer y-Richtung?

$$(y+3) = (x-2)^2 - \sin(x-2) + 3 \quad (1)$$

$$\underline{\underline{y = x^2 - 4x + 4 - \sin(x-2)}} \quad (1)$$

auch $(x-2)^2$ akzeptiert!

2

(e) Wie lautet die Gleichung des Spiegelbildes von $y = \sin(x-1)$ an der y-Achse?
Bitte Resultat maximal vereinfacht.

d.h. x durch $-x$ ersetzen:

$$\underline{\underline{y}} = \sin(-x-1) \ (1) = \underline{\underline{-\sin(x+1)}} \ (1)$$

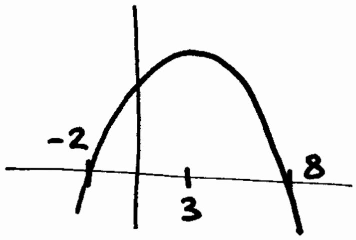
2

Aufgabe 3 (4 x 3 Pt.)

12 Pt.

6

(a) Bestimmen Sie die Gleichung der Parabel, welche den Scheitel im Punkt $(3; 50)$ und eine Nullstelle bei $x_1 = -2$ hat.



also: $y = a \cdot (x+2) \cdot (x-8)$

$y(3) = a \cdot 5 \cdot (-5) \overset{!}{=} 50$

$\Longrightarrow a = -2$

d.h. $\underline{\underline{y = -2 \cdot (x+2)(x-8)}} = -2x^2 + 12x + 32$

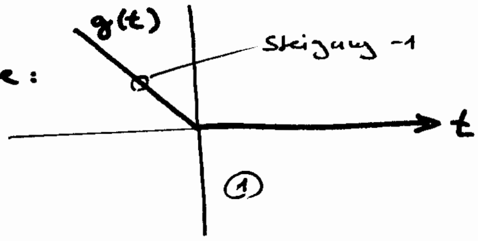
– kleine Rechenfehler: –1 Pt.
– Ansätze: 1 Pt.

3

(b) Skizzieren Sie $g(t)$ und drücken Sie $g(t)$ nur mit den Grundrechenoperationen und der Betragsfunktion aus:

$$g(t) := \begin{cases} -t & \text{falls } t < 0 \\ 0 & \text{falls } t \geq 0 \end{cases}$$

Skizze:



1

$$\underline{\underline{g(t) = \frac{|t| - t}{2}}}$$ 2

$\frac{t - |t|}{2}$ } 1

3

(c) Wie lautet die Funktion $y = y(x)$, welche durch folgende Funktionsblöcke definiert ist?

$\underline{\underline{y = -2 \cdot f(3 \cdot (x+2))}}$

– nur 100% richtig: 3 Pt.
– kleine Verwechslung, aber Aufgabentyp verstanden: 2 Pt.
– Ansätze: 1 Pt. (z.B. ohne "f")

3

(d) Wie lautet die Koordinatengleichung der Gerade, welche mit Steigung $-1/7$ durch den Punkt $P_0 = (3; -2)$ verläuft?

$y = -1/7 \cdot x + b$

Einsetzen: $-2 = -1/7 \cdot 3 + b$

$\Longrightarrow b = -2 + 3/7 = -11/7$

– kleine Rechenfehler: 2 Pt.
– nur vernünftige Ansätze: 1 Pt.

also: $\underline{\underline{y = -1/7 \cdot x - 11/7}}$

3

Aufgabe 4 (3+4+3 Pt.)

10 Pt.

5

(a) Wie groß ist die Steigung der Tangente an $y = \frac{1}{x^2}$ im Punkt $x = -2$?

$$y = x^{-2}$$

$$y' = -2 \cdot x^{-3} = -\frac{2}{x^3} \quad ①$$

— an einer Stelle falsche Schreibweise: −1 Pt.

$$y'(-2) = -\frac{2}{(-2)^3} = -\frac{2}{-8} = \underline{\underline{\frac{1}{4}}}$$

3

zumindest: Einsetzen: ①

(b) Berechnen Sie für die Funktion $y = \frac{1}{x-1}$ an der Stelle $x_0 = 2$ den Differenzialquotienten.

Berechnung von Grund auf mit Limes.

— Nur Formel, ohne etwas einzusetzen: 0 Pt.

— "lim" mehr als 1x vergessen: −1 Pt.

$$\frac{dy}{dx} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \ldots \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(2+\Delta x) - f(2)}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\frac{1}{2+\Delta x - 1} - \frac{1}{2-1}}{\Delta x} \quad ②$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\frac{1}{1+\Delta x} - 1}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\frac{1-(1+\Delta x)}{1+\Delta x}}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\frac{-\Delta x}{1+\Delta x}}{\Delta x}$$

$$= \lim_{\Delta x \to 0} \frac{-1}{1+\Delta x} \quad ①$$

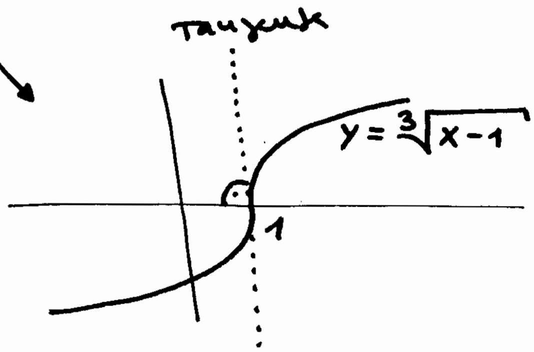
$$= \underline{\underline{-1}} \quad ①$$

4

(c) Bestimmen Sie die Normale an $y = \sqrt[3]{x-1}$ im Punkt $x = 1$.

Hinweis: $(\sqrt[3]{x-1})' = \frac{1}{3} \cdot (x-1)^{-2/3}$

Singularität bei $x = 1$



also: Normale: $\underline{\underline{y = 0}}$

3

nur Punkte, wenn Stud. Problem begriffen hat!
— Falls (Zahlen-)Resultat, d.h. "ausgerechnet": 0 Pt.

Pt. 6

3

Aufgabe 5 (6x1 Pt.)

(a) Berechnen Sie mit jeder Komponente x des MATLAB-Vektors `v=[-2 -1 0 1 2]`:

$\sin(2x) + 2 \cdot x \cdot \sin(x^2)$

```
>> sin(2*v) + 2*v.* sin(v.^2)
```

1

(b) Berechnen Sie mit jeder Komponente x des MATLAB-Vektors `v=[-2 -1 0 1 2]`:

$$\frac{\arctan(x)}{x - 7.3^2}$$

```
>> atan(v)./(v-7.3^2)
```

1

(c) Mit welchem MATLAB-Befehl finden Sie heraus, an welcher Stelle der maximale Wert im Zahlen-Vektor x steht?

```
>> [wert stelle] = max(x)
```

1

(d) Im MATLAB-Vektor `C` sind die Kapazitäten $C_1, C_2, \ldots, C_n$ gespeichert.
Wie berechnen Sie möglichst einfach $C_{tot} = \dfrac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}}$?

```
>> Ctot = 1/sum(1./C)
```

1

(e) Wie können Sie den Durchschnitt der Elemente eines Zahlen-Vektors x berechnen, ohne den `mean(..)`-Befehl zu benützen? Sie wissen nicht, wie groß x ist!

```
>> sum(x)/length(x)
```

1

(f) Wieviele Bytes Speicherplatz benötigt folgende Matrix?

```
>> A = [1 2 3; 4 5 6]
```

6x8 = 48 Bytes

1

– je 1 Pt. nur falls 100% richtig!