Interstaatliche Hochschule für Technik Buchs NTB, Sy — Analysis
Klasse 1d — 18.2.2004

Serie 22 — Prüfung

Name	Vorname	Pt. total	→	Note
		50	→	

– Punkteabzug oder keine Punkte für schwer verständliche oder unnötig komplizierte Lösungen.
– Hilfsmittel: nur Formelsammlung.
– Zeit: 70 Minuten.

Aufgabe 1 (6x2 Pt.)

Pt. 12

(a) $\Big(\sin(2-x)\Big)' = \cos(2-x)\cdot(-1)$ ① $= \underline{\underline{-\cos(2-x)}}$ ① (Resultat genügt) 2

(b) $\Big(e^{x\cdot\sin x}\Big)' = \underline{\underline{e^{x\cdot\sin x}\cdot(\sin x + x\cdot\cos x)}}$ (Resultat genügt) 2

(c) $\Big(\arccos\sqrt{x^2-1}\Big)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-(x^2-1)}}\cdot\dfrac{1}{2\sqrt{x^2-1}}\cdot(2x)$ ①

$= \underline{\underline{\dfrac{-x}{\sqrt{(2-x^2)\cdot(x^2-1)}}}}$ 2

(d) $\int -3\cdot e^{3x}\,dx = -3\cdot\int e^{3x}\,dx = -3\cdot\frac{1}{3}\cdot e^{3x}+C$

$= \underline{\underline{-e^{3x}+C}}$ 2

(e) $\int \ln t\cdot t\,dt \overset{\boxed{337}}{=} \underline{\underline{\frac{t^2}{2}\cdot\left(\ln t-\frac{1}{2}\right)+C}}$ 2

(f) $\int \sqrt{x\sqrt{x}}\,dx = \int (x\cdot x^{1/2})^{1/2}\,dx = \int x^{3/4}\cdot dx$

$= \underline{\underline{\frac{4}{7}\cdot x^{7/4}+C}}$ 2

– "+C" vergessen: je 1 Pt. Abzug, total max. jedoch 2 Pt.
– "dx" mehr als 1x vergessen: – 1 Pt.

Aufgabe 2 (4+3+3+3 Pt.)

13 Pt.

(a) Berechnen Sie die Ableitung von $y = \operatorname{arccot}(x)$ mit dem Verfahren über die Umkehrfunktion.

$$\boxed{\begin{aligned} f(x) &= \cot(x) = y \\ f^{-1}(y) &= \operatorname{arccot}(y) = x \end{aligned}} \quad (1)$$

(1) $f'(x) = -1 - \cot^2 x$ (1)

(2) $\left[\operatorname{arccot}(y)\right]' = \dfrac{1}{-1-\cot^2 x}$

(3) $= \dfrac{1}{-1-y^2}$ (1)

(4) $\left[\operatorname{arccot}(x)\right]' = -\dfrac{1}{1+x^2}$ (1)

„–“ muss ausgeklammert sein!

– mit $f'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$ und sonst alles richtig: 2 Pt.

– pro Detailfehler 1 Pt. Abzug.

4

(b) $\displaystyle\int_{0.5}^{e} \frac{dt}{t} = \Big[\ln t\Big]_{1/2}^{e}$ (1) $= \ln(e) - \ln(1/2)$

$= 1 - (\ln 1 - \ln 2)$

$= \underline{\underline{1 + \ln 2}}$

– ln e vereinfachen: (1)

– ln 1 vereinfachen: (1)

3

– bei (c)+(d) zusammen: max ein Mal dx/du vergessen oder nicht geklammert: ohne Pt.-Abzug!

(c) $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \frac{1-\cos^2 x}{2\cdot\cos^2 x}\,dx = \frac{1}{2}\int_0^{\pi/4}\left(\frac{1}{\cos^2 x} - 1\right)\cdot dx$ (1)

$= \frac{1}{2}\cdot\Big[\tan x - x\Big]_0^{\pi/4}$ (1)

$= \frac{1}{2}\cdot\left(\tan \pi/4 - \pi/4 - (0-0)\right)$

$= \underline{\underline{\frac{1}{2}\cdot(1 - \pi/4)}}$ (1) $= \underline{\underline{\dfrac{4-\pi}{8}}}$

3

(d) $\displaystyle\int_1^4 \frac{1-u^2}{\sqrt{u}}\,du = \int_1^4 \left(u^{-1/2} - u^{3/2}\right)\cdot du$ (1)

$= \left[2\cdot u^{1/2} - \frac{2}{5}\cdot u^{5/2}\right]_1^4$ (1)

$= 2\cdot\underbrace{4^{1/2}}_{2} - \frac{2}{5}\cdot\underbrace{4^{5/2}}_{32} - 2\cdot 1 + \frac{2}{5}\cdot 1$

$= 4 - \frac{64}{5} - 2 + \frac{2}{5} = \underline{\underline{-\frac{52}{5}}}$ (1) $= -10.4$

3

Aufgabe 3 (5+5+3 Pt.)

13 Pt.

(a) Wo besitzt die Funktion $y = x \cdot e^{-x}$ eine Extremalstelle? Maximum oder Minimum?

$$y' = e^{-x} + x \cdot (-1) \cdot e^{-x} = e^{-x} - x \cdot e^{-x} \; 1 = (1-x) \cdot e^{-x}$$

$$y' = 0: \quad (1-x) \cdot \underbrace{e^{-x}}_{>0} = 0 \implies \underline{\underline{x=1}} \; 1$$

$$y'' = (-1) \cdot e^{-x} + (1-x) \cdot (-1) \cdot e^{-x}$$
$$= -e^{-x} + (x-1) \cdot e^{-x}$$
$$= (x-2) \cdot e^{-x} \; 1$$

$$y''(1) = \underbrace{\underbrace{(1-2)}_{<0} \cdot \underbrace{e^{-1}}_{>0}}_{-\frac{1}{e} \; 1} < 0 \implies \underline{\underline{x=1 \text{ ist Maximum}}} \; 1$$

5

(b) Die Bremskraft einer Wirbelstromscheibenbremse ist durch die Gleichung $K(v) = \dfrac{a^2 v}{v^2 + b^2}$ als Funktion der Umfangsgeschwindigkeit v gegeben (a, b: Konstanten, alle Größen positiv). Sie wissen, dass $K(v)$ genau ein Maximum hat. Berechnen Sie den Maximalwert!

$$K'(v) = \frac{a^2(v^2+b^2) - a^2 v \cdot 2v}{(v^2+b^2)^2} \; 1 = \frac{a^2v^2 + a^2b^2 - 2a^2v^2}{(v^2+b^2)^2}$$

$$= \frac{a^2b^2 - a^2v^2}{(\;\cdot\;)^2} \overset{!}{=} 0$$

d.h. $a^2b^2 - a^2v^2 = 0$ 1

$a^2b^2 = a^2v^2$

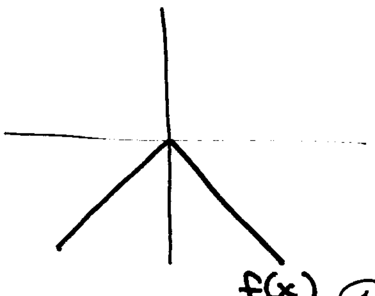
$b^2 = v^2$ nur pos. Lsg!

$\underline{\underline{v = b}}$ 1

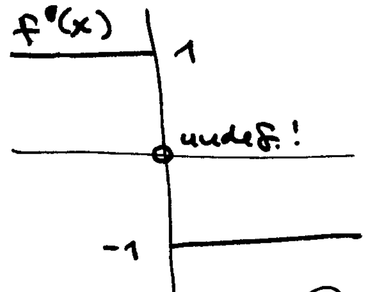
5

$$K(b) = \frac{a^2 b}{b^2+b^2} \; 1 = \frac{a^2 b}{2b^2} = \underline{\underline{\frac{a^2}{2b}}} \; 1$$

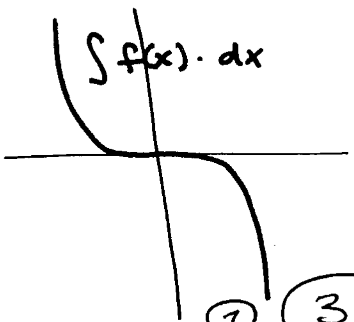
(c) Skizzieren Sie $f(x) = -|x|$ und $f'(x)$ und eine Stammfunktion von $f(x)$.



1



1



1

3

– ist f(x) falsch skizziert, dann keine Folgepunkte!

→ "1" und "-1" müssen angegeben sein, jedoch nicht "undef".

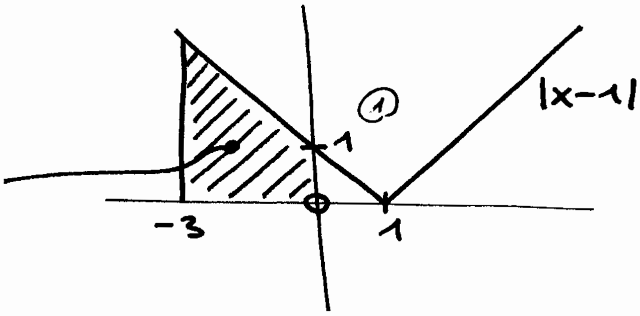
Aufgabe 4 (3+2+4+1+2 Pt.)

12 Pt.

(a) Bestimmen Sie folgendes Integral, indem Sie die Funktion aufzeichnen und die Fläche geometrisch bestimmen:

$$\int_0^{-3} |x-1| \, dx =$$

Flächeninhalt = 7.5 (1)



da Integration v.r.n.l. : $\underline{\underline{-7.5}}$ (1)

(3)

(b) Vereinfachen Sie soweit wie möglich: $\underbrace{\int_c^b f(x)\,dx - \int_a^b f(x)\,dx}_{\int_b^a f(x)\cdot dx \ (1)} = \underline{\underline{\int_c^a f(x)\cdot dx}}$ (1)

(2)

Lösen Sie folgende Aufgaben möglichst einfach mit MATLAB:

(c) Schreiben Sie ein Skript, welches rechtwinklige Koordinaten in Polarkoordinaten umrechnet und sich wie folgt verhält (Ausgabe in Gradmaß):

```
>> kartesisch2polar
x = 3
y = 2
r = 3.6056    phi = 33.6901
```

```
x = input('x = ');  } sicher (1)
y = input('y = ');  }
r = sqrt(x^2 + y^2);
phi = atan2(y,x)/pi*180;  } sicher (1)
{disp(['r = ' num2str(r) ...
      ' phi = ' num2str(phi)])
```

sicher (1)

(4)

(d) Es gibt eine MATLAB-Anweisung, mit der sich die Ausführung eines Skripts unterbrechen lässt, bis eine Taste auf der Tastatur gedrückt wird. Wie heißt dieser Befehl?

pause (1)

(1)

(e) Manchmal will man ein Skript nicht nur einmal, sondern immer wieder ausführen. Mit welcher Kontrollstruktur programmieren Sie eine Schleife, die nie abbricht?

```
while 1      % 1 = TRUE

end
```

(2)