Interstaatliche Hochschule für Technik Buchs NTB, Sy	Analysis
Klasse 1d	17.2.2005
Serie 21	**Prüfung**

Name | Vorname | 51 Pt. total → Note

– Punkteabzug oder keine Punkte für schwer verständliche oder unnötig komplizierte Lösungen.
– Hilfsmittel: nur Formelsammlung.
– Zeit: 70 Minuten.

Aufgabe 1 (6 x 2 Pt.) 12 Pt.

(a) $\left(x \cdot \ln x\right)' = 1 \cdot \ln x + x \cdot \frac{1}{x}$ ① $= \ln x + 1$ ① 2

(b) $\left(\underbrace{\cos(-x)}_{\cos(x)}\right)' = -\sin(-x) \cdot (-1) = \sin(-x)$ ① $= -\sin x$ ① 2

(c) $\left(\tan^2 x\right)' = 2 \cdot \tan x \cdot \underbrace{(1 + \tan^2 x)}_{} = 2 \cdot (\tan x + \tan^3 x)$

oder: $1/\cos^2 x \quad = 2 \cdot \frac{\sin x}{\cos^3 x}$ 2

(d) $\left(\frac{1-x}{1+x}\right)' = \frac{-1 \cdot (1+x) - (1-x) \cdot 1}{(1+x)^2}$

$= \frac{-1 - x - 1 + x}{(1+x)^2} = \frac{-2}{(1+x)^2}$ 2

(e) $\left(\frac{\ln x}{x^2}\right)' = \frac{\frac{1}{x} \cdot x^2 - \ln x \cdot 2x}{x^4} = \frac{1 - 2 \cdot \ln x}{x^3}$ 2

(f) $\left((1 - e^{-2x})^2\right)' = 2 \cdot (1 - e^{-2x}) \cdot \underbrace{\underbrace{(1 - e^{-2x})'}_{-e^{-2x} \cdot (-2)}}_{2 \cdot e^{-2x}}$ 2

$= 4 \cdot e^{-2x} \cdot (1 - e^{-2x}) = 4 \cdot e^{-2x} - 4 \cdot e^{-4x}$

Aufgabe 2 (3x4 Pt.)

12 Pt.

(a) $\left(\ln\left(\frac{e \cdot x^{1/2}}{\sqrt{x}}\right) + \ln\left(\frac{1}{x^2}\right) \right)' =$

$\underbrace{\overbrace{e}}_{1} \qquad \underbrace{\overbrace{\ln(1)}}_{0} - 2 \cdot \ln(x)$

nicht rechnen: −2 Pt.

$= (1 - 2 \cdot \ln x)' = -\frac{2}{x}$

– Schwerpunkt dieser Aufgabe = Vereinfachung!
– mit "$\ln(x^{-2})$" oder "$-\ln(x^2)$" gerechnet: −1 Pt.
– 2. Term im (Variante von) Quotientenregel: −2 Pt.

4

(b) An welchen Stellen haben die Tangenten an den Grafen $y = \ln(\cos x)$ die Steigung $\frac{1}{\sqrt{3}}$? (Bogenmaß, alle Lösungen)

$y' = \frac{1}{\cos x} \cdot (-\sin x) = -\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ (1)

d.h. $\tan(x) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ (1)

$x = \underbrace{-\frac{\pi}{6}}_{(1)} + \underbrace{k \cdot \pi}_{(1)} \quad (k \in \mathbb{Z})$

4

(c) Wo besitzt die Funktion $y = \sin x \cdot \cos x$ eine Extremalstelle? Maximum oder Minimum? (Eine Extremalstelle genügt)

$y = \frac{1}{2} \cdot \sin(2x)$

$y' = \frac{1}{2} \cdot \cos(2x) \cdot 2 = \cos(2x) \stackrel{!}{=} 0$

$(= \cos^2 x - \sin^2 x)$

z.B. $x = \frac{\pi}{4}$ (2)

$(+k \cdot \frac{\pi}{2})$

$y'' = -\sin(2x) \cdot 2 \qquad (= -4 \cdot \sin x \cdot \cos x)$

$y''(\pi/4) = -\sin(\pi/2) \cdot 2 = -2 < 0$

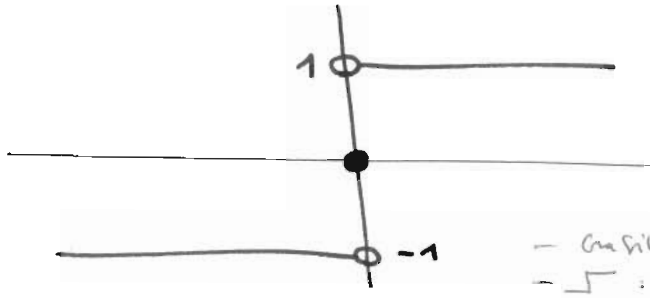
d.h. Maximum (2)

4

12 Pt.

Aufgabe 3 (3+1+1+4+3 Pt.)

(a) Skizzieren Sie diese Funktion: $f(x) := \begin{cases} -1: & x < 0 \\ 0: & x = 0 \\ 1: & x > 0 \end{cases}$



— Grafik 100% korrekt : 3 Pt.
— ⎍ : 2 Pt.
— Ansätze : 1 Pt.

3

(b) Wie nennt man die Funktion von Teilaufgabe a in der Mathematik?

Signum – Funktion

1

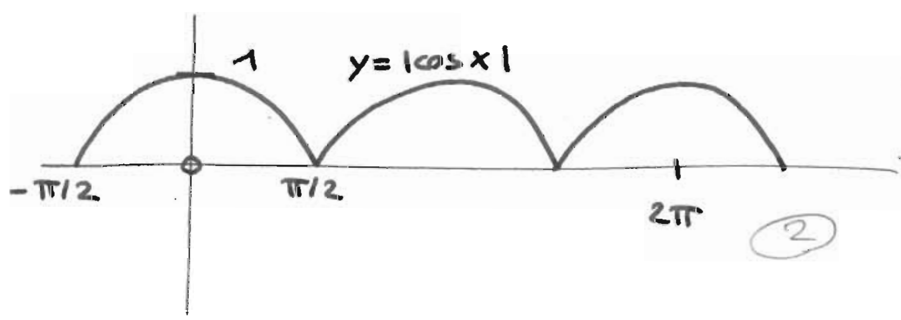
(c) Wie heißt die Funktion von Teilaufgabe a in MATLAB?

sign(·)

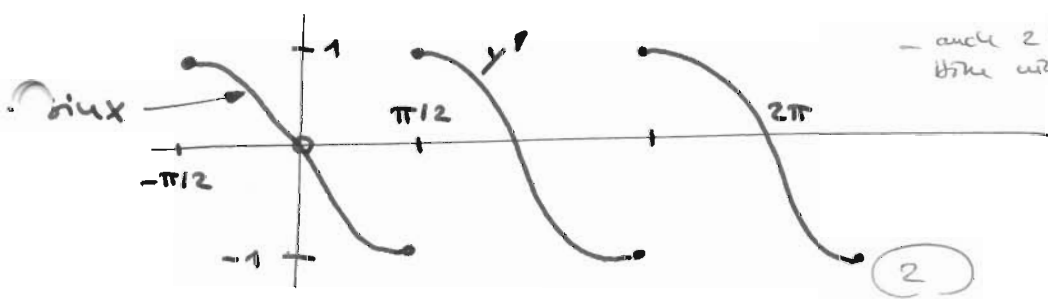
Nur Pt. falls Teilaufgabe a weitgehend korrekt war ...

1

(d) Skizzieren Sie die Funktion $y = |\cos x|$ und deren Ableitung.



— korrekt mit Achsen angeschrieben: 2 Pt.
— korrekt ohne Achsen angeschrieben: 1 Pt.



— auch 2 Pt. wenn z.B. Höhe nicht angeschrieben ist.

4

(e) Was halten Sie von folgender Aussage?

Wenn zwei Funktionen f und g dieselbe Ableitung haben, dann gilt $f = g$.

Falls Sie der Ansicht sind, die Aussage ist richtig, dann begründen Sie dies in Stichworten. Falls Sie meinen, die Aussage ist falsch, wie sollte die Aussage dann richtig lauten?

Falsch!

richtig wäre:

$$f' = g' \Longrightarrow f = g + C$$

— "richtig" : 0 Pt.
— "falsch" : je nach Qualität der Antwort 1–3 Pt. (Gegenbeispiel: 1 Pt.)
— "falsch" ohne Begründung : 0 Pt.

3

Aufgabe 4 (4x3+1+2 Pt.)

15 Pt.

(a) Zeigen Sie möglichst einfach (ohne FS), dass: $\int x \cdot e^x \, dx = (x-1) \cdot e^x + C$

Stammfunktion differenzieren:

$((x-1) \cdot e^x)' = e^x + (x-1) \cdot e^x = x \cdot e^x$: stimmt!

3

(b) $\int \frac{x^3 - x + 1}{x} \, dx = \int (x^2 - 1 + \frac{1}{x}) \cdot dx$

$= \frac{x^3}{3} - x + \ln(x) + C$

3

(c) $\int_0^{16} \sqrt{\sqrt{x} \cdot x} \, dx = \int_0^{16} \sqrt{x^{3/2}} \cdot dx = \int_0^{16} x^{3/4} \cdot dx$

$= \left[\frac{4}{7} \cdot x^{7/4} \right]_0^{16} = \frac{4}{7} \cdot 16^{7/4} = \frac{4}{7} \cdot 128 = \frac{512}{7}$

3

Lösen Sie folgende Aufgaben möglichst einfach mit MATLAB:

(d) Schreiben Sie ein Skript, welches für alle Komponenten x eines Eingabevektors den Funktionswert $f(x) = \frac{1}{e} \cdot x^2$ berechnet und sich wie folgt verhält:

```
>> myfunction
x = [2 3 4]
f(x) = 1.472   3.311   5.886
```

```
x = input ('x = ');
f = exp (-1) * x.^2;
disp ([ 'f(x) = '  num2str (f) ])
```

– 100% korrekt: 3 Pt. – 2 Fehler: 1 Pt.
– 1 Fehler: 2 Pt. – ≥3 Fehler: 0 Pt.

3

(e) Das Skript demo wird mit MATLAB geliefert und kann direkt vom Benutzer gestartet werden. Wie listen Sie den Programmcode von demo im Command-Window auf?

```
>> type demo
```

– nur richtig/falsch.

1

(f) Geben Sie ein einfaches Beispiel für den Aufruf des fprintf(..)-Befehls.

```
fprintf ('pi = %g\n', pi)
```

2