

Serie 40

Test

Name

Vorname

46
Pt. total

Note

- Punkteabzug oder keine Punkte für schwer verständliche oder unnötig komplizierte Lösungen.
- Hilfsmittel: drei A4-Blätter, beidseitig, selber geschrieben.
- Zeit: 70 Minuten.

12
Pt.

Aufgabe 1 (4x3 Pt.)

- (a) Gibt es einen Grafen, der nicht zusammenhängend und nicht bipartit ist?
 Falls ja, möglichst einfaches Beispiel skizzieren, falls nein, saubere Begründung angeben.



- "nein": 0 Pt.
- Bsp. nur nicht zusch.: 1 Pt.
- Bsp. nur bipartit: 1 Pt.

3

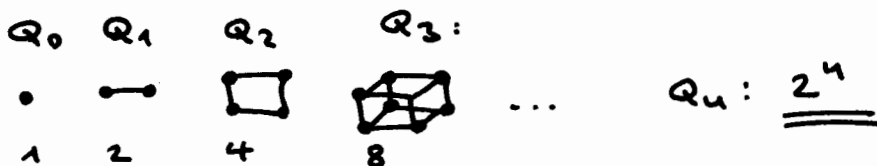
- (b) Gibt es einen Grafen, der vollständig und bipartit ist?
 Falls ja, möglichst einfaches Beispiel skizzieren, falls nein, saubere Begründung angeben.



- "nein" mit plausible Begründung und dem 100% korrekten Beweisen: 1 Pt.

3

- (c) Wieviele Knoten hat Q_n ?



3

- (d) Wieviele Kanten hat Q_n ?

z.B. mit Handshaking Lemma: $2^n \cdot n = 2k$
 d.h. $k = \frac{2^n \cdot n}{2}$
 also: $2^{(n-1)} \cdot n$

3

- $2^n \cdot \frac{n}{2}$: 2 Pt.

Kleinheit muss erstreckt sein!

Aufgabe 2 (2+3+4+3+2 Pt.)

14
Pt.

(a) Wie sieht der gerichtete Graf aus, der die Adjazenz-Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ hat?



2

(b) „Wenn zwei Grafen gleich viele Knoten haben und gleich viele Kanten und gleich viele Knoten von jedem Grad, dann sind die Grafen isomorph.“
Begründen Sie diese Aussage, oder geben Sie ein möglichst einfaches Gegenbeispiel.

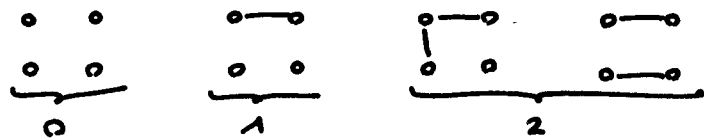
Falsch:



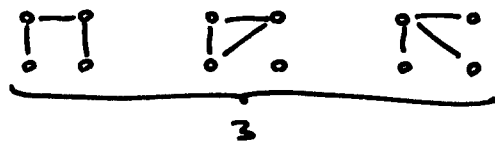
3

- "Richtig" : 0 Pt.
- "Falsch" : mind. 1 Pt.
- etwas komplizierteres Beispiel : 2 Pt.

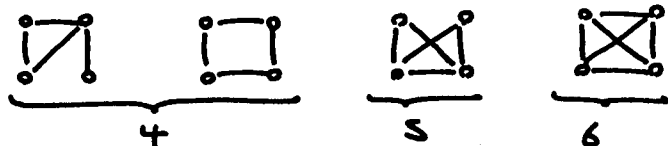
(c) Skizzieren Sie möglichst viele einfache, ungerichtete Grafen mit 4 Knoten, die nicht zueinander isomorph sind.



d.h. total 11 Stk.



4



- Alles richtig : 4 Pt.
- 1-2 Kanten/doppelt : 3 Pt.
- 3-4 Kanten (doppelt) : 2 Pt.
- 5-6 Kanten (doppelt) : 1 Pt.
- (Schleifen : -1 Pt. + ignoriert)

(d) Wieviele Gray-Codes für 2 binäre Ziffern gibt es? Tipp: Es sind mehr als zwei!



mit je 4 Start: 8 Stk.

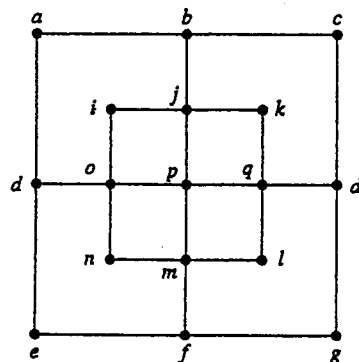
3

(e) Kann man diese Figur in einem Strich zeichnen, ohne abzuhängen? Saubere Begründung!

Frage nach Euler-Pfad/-Kreis:

Nein, da 4 Knoten mit Grad 3!

"Kreis" statt "Kreis oder Pfad" erfordert : 1 Pt.



2

Aufgabe 3 (5+5 Pt.)

10
Pt.

(a) Sie haben in Prolog eine Familien-Datenbank aufgestellt, mit folgenden Fakten:

```
vater(X,Y) /* X ist Vater von Y */
mutter(X,Y) /* X ist Mutter von Y */
mann(X) /* X ist maennlich */
frau(X) /* X ist weiblich */
```

Schreiben Sie ein Programm, welches die Frage "?- halbbruder(X,Y)" beantwortet, nämlich dass X Halbbruder von Y ist, d.h. X und Y haben genau einen Elternteil gemeinsam aber nicht beide. (Sie können "X \= Y" benutzen, um auf Ungleichheit zu testen.)

```
halbbruder(X,Y) :- mann(X),
                  mutter(M,X), mutter(M,Y),
                  vater(V1,X), vater(V2,Y), V1 \= V2.
```

```
halbbruder(X,Y) :- mann(X),
                  vater(V,X), vater(V,Y),
                  mutter(M1,X), mutter(M2,Y), M1 \= M2.
```

Elemente: - 2 Klauseln (2 Fälle) unterscheidbar
 - Text zusammen (v) vater/mutter... } j< 1 Pt.
 - Text verschiedene (v) vater/mutter...
 - Text Mann (x)
 - Prolog-Kennzeichen: 1 Pt.
 - Korrektur, das etwas drüfungen: -1 Pt.

5

(b) Sie definieren Widerstandsnetzwerke mit "par(R1,R2)" (Parallelschaltung von R1 und R2) und "seq(R1,R2)" (Serienschaltung) wie in den Übungen gehabt. Schreiben Sie ein Programm, welches die Anzahl Widerstände in einem Netzwerk berechnet. Am Beispiel:

```
?- anzahl(par(seq(5,2),4), X).
```

X=3

```
anzahl(par(X,Y), N) :- anzahl(X,NX), anzahl(Y,NY),
                       N is NX+NY.
```

```
anzahl(seq(X,Y), N) :-      "
```

```
anzahl(-, 1).
```

- anzahl(par(X,Y), NX+NY): - 2 Pt.

5

Aufgabe 4 (5x2 Pt.)

Pt. 10

(a) Gibt es Probleme, die *computable* sind aber nicht *feasible* ?

Falls Ja, dann nennen Sie so ein Problem.
Falls Nein, dann erklären Sie, warum nicht.

Ja, alle NP-vollständigen Probleme, z.B. bin-packing.

- "Nein" : 0 Pt.

2

(b) Setzen Sie einen möglichst einfachen Ausdruck in "O(...)" ein, sodass die Gleichung gilt:

$$x^5 + x \cdot \ln x + 5 \cdot 2^x + 3 \cdot x^{10} = O(\dots)$$

- $5 \cdot 2^x$: 1 Pt.
- $3x$: 1 Pt.
- x^{10} : 0 Pt.

2

(c) Geben Sie einen Algorithmus an, der ein exponentielles Laufzeitverhalten hat.

Alle Algorithmen zur Lösung von NP-vollständigen Problemen, z.B. für bin-packing.

2

(d) Geben Sie einen Algorithmus an, der ein polynomiales Laufzeitverhalten hat.

z.B. ein (vernünftiger) Algorithmus, der testet, ob eine Zahl durch 7 teilbar ist.

(e) Es gilt: $x^2 \cdot \sqrt{x} \geq (\ln x)^{10}$

2

Wie zeigen Sie dies mit Mathematica?

Limit [(x^2 Sqrt[x]) / (Log[x]^10), x -> Infinity]

↳ muss so ergeben!

- Resultat (Max-Substanz) Rult: - 1 Pt.
- Große Max-Fehle: - 1 Pt.

2