Interstaatliche Hochschule für Technik Buchs NTB, Sy	Diskrete Mathematik
Block Informatik	8.7.2005

Serie 40 — Test

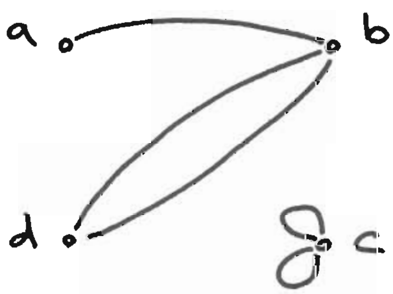
Name	Vorname	39 Pt. total	→	Note

– Punkteabzug oder keine Punkte für schwer verständliche oder unnötig komplizierte Lösungen.
– Hilfsmittel: drei A4-Blätter, beidseitig, selber geschrieben.
– Zeit: 70 Minuten.

Aufgabe 1 (3x3 Pt.)

9 Pt.

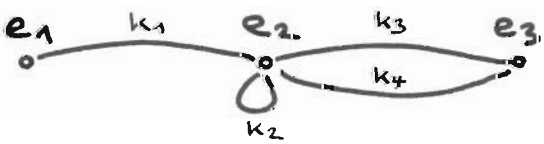
(a) Zeichnen Sie den ungerichteten Grafen zur Adjazenz-Matrix $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.



– bei c nur eine Schlaufe: 2 Pt.
– jeder Fehler sonst: max. 1 Pt.

3

(b) Zeichnen Sie den Grafen zur Inzidenz-Matrix $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.



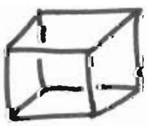
3

(c) Wieviele Kanten hat Q_5?

Q_3: 4 + 4 + 4 = 12 Kanten

Q_4: 12 + 12 + 8 = 32 Kanten

Q_5: 32 + 32 + 16 = <u>80 Kanten</u>



... oder mit Handshaking-Theorem: $2^5 \cdot 5$ = <u>80 Kanten</u>

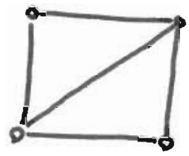
3

Aufgabe 2 (4+3x3 Pt.)

13 Pt.

(a) Zeichnen Sie zwei möglichst einfache, ungerichtete Grafen,
- mit der gleichen Anzahl Ecken,
- mit der gleichen Anzahl Kanten,
- mit der gleichen Anzahl Ecken von jedem Grad,

die jedoch nicht zueinander isomorph sind.

z.B.  und 

z.B.  und 

4

- mehr als 5 Knoten / 6 Kanten : −1 Pt. (min.)

Was halten Sie von folgenden Aussagen? (Beweis oder Gegenbeispiel)

(b) K_n und C_n sind nicht isomorph.

Falsch: K_3 =  = C_3

3

- "Richtig" mit einem Gegenbeispiel: 1

(c) Sparse-Matrizen brauchen weniger Platz als Adjazenz-Matrizen.

Falsch: Gilt nur für Grafen mit wenigen Kanten.

3

(d) Ein ungerichtetet Graf hat 99 Knoten vom Grad 8 und einen Knoten vom Grad 7. Der Graf hat also weder einen Euler-Zyklus noch einen Euler-Pfad.

Falsch: Handshaking-Theorem: Solch einen Grafen gibt es nicht!

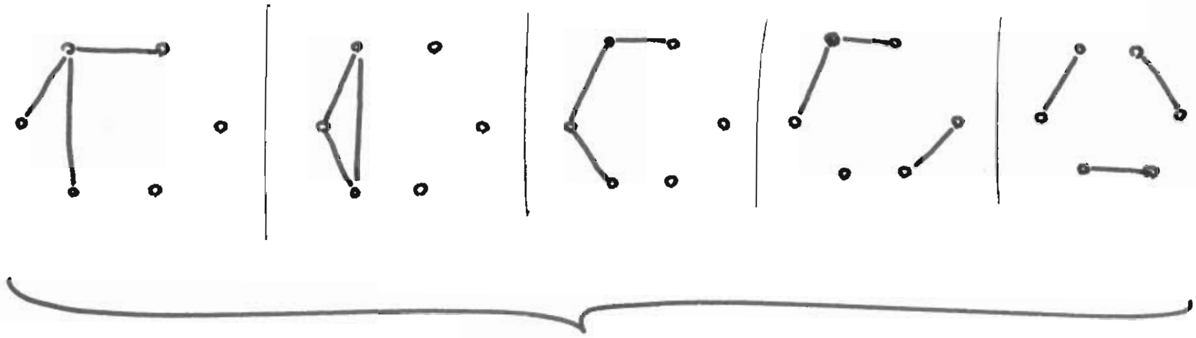
3

- "Falsch", weil (korrekte) Erklärung mit Euler: 1 Pt.
- korrekte Erklärung mit Handshaking-Theorem: 3 Pt.
- " " ohne " " : 2 Pt.

Aufgabe 3 (4+1+4 Pt.)

Pt. 9

(a) Wieviele einfache, ungerichtete Grafen mit 6 Ecken und 3 Kanten gibt es, die nicht zueinander isomorph sind?



5 Stk.

– je fehlt: –1 Pt.
– je doppelt: –1 Pt.

4

(b) Verbessern Sie folgende Klausel, sodass Prolog keine *warning* ausgibt:

```
ist_vater(X) :- vater(X,Y).
```

```
ist_vater(X) :- vater(X,_).
```

1

(c) Wie definieren Sie die Operatoren "liebt" und "aus", damit Sie in der Datenbank eine Klausel schreiben können wie:

```
monika liebt (wein aus (sakramento aus kalifornien))
```

... und dies Prolog auffasst als:

```
liebt(monika,aus(wein,aus(sakramento,kalifornien))).
```

Präzedenz

```
:- op(300, xfx, liebt).
:- op(200, xfy, aus).
```

4

Aufgabe 4 (4+4 Pt.)

Pt. 8

(a) Der *best-fit*-Algorithmus zur approximativen Lösung von *bin-packing*-Problemen funktioniert so: Die Lastwagen werden der Reihe nach aufgestellt. Dann wird eine Kiste nach der anderen genommen (d.h. unsortiert der Reihe nach) und auf dem Lastwagen platziert, wo am wenigsten Platz übrig bleibt.

Geben Sie ein Beispiel, wo dieser Algorithmus nicht die optimale Lösung liefert.

LKW – Kapazität = 100

$\boxed{40}$ $\boxed{40}$ $\boxed{60}$ $\boxed{60}$

benötigt mit best-fit 3 Lastwagen, statt optimal zwei!

– Für 4 Pt. muss klar sein (Bspl.), dass der Student "best-fit" verstanden hat.

4

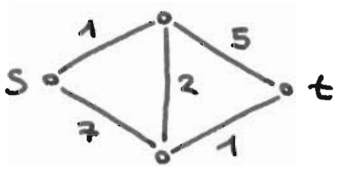
(b) Sie haben hier eine Original-Formulierung eines NP-vollständigen Problems aus dem Buch von Garey und Johnson. Erklären Sie das Problem anschaulich anhand zweier Beispiele: Ein positives Beispiel – d.h. die Antwort auf die Frage ist „ja" – und ein negatives Beispiel.

[ND29] LONGEST PATH

INSTANCE: Graph $G=(V,E)$, length $l(e) \in Z^+$ for each $e \in E$, positive integer K, specified vertices $s,t \in V$.

QUESTION: Is there a simple path in G from s to t of length K or more, i.e., whose edge lengths sum to at least K?

Graf G:



Der längste einfache Pfad von s nach t hat Länge 14.

also:

K = 10 : Ja

K = 20 : Nein

– Übersetzung ins Deutsche gibt keine Punkte, nur Beispiele! (Übersetzung ignoriert)
– Beispiele sollen anschaulich, d.h. auch einfach sein.
– Implizit alles Länge 1: min. −1 Pt.
– Implizit Länge 1 und ohne K: min. −2 Pt.
– ohne K: min. −1 Pt.

4