Interstaatliche Hochschule für Technik Buchs NTB, Sy	Lineare Algebra
Klasse 2d	4.4.2003
Serie 29	**Test**

Name | Vorname | Pt. total: 38 → Note

– Lösungen ohne verständliche Herleitung geben keine Punkte.
– Hilfsmittel: nur Formelsammlung.
– Zeit: 60 Minuten.

Aufgabe 1 (3+3+2 Pt.)

Pt. 8

Eine Ebene hat den Normalenvektor $\vec{n}$ und geht durch den Punkt P.
Eine Gerade hat die Parameterdarstellung $\vec{r} + \lambda \cdot \vec{a}$:

$$\vec{n} = \begin{pmatrix} 8 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad P = (3; -3; 2) \qquad \vec{r} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 7 \end{pmatrix} \qquad \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Mit welchen MATLAB-Befehlen lösen Sie Teilaufgaben a + b möglichst einfach?
(Bitte keine Werte 2× eintippen!) → Papula FS, Kap II, 4.3.5

(a) Zeigen Sie, dass die Gerade parallel zur Ebene verläuft.

Theorie: $\vec{n}$ und $\vec{a}$ stehen senkrecht aufeinander: $\vec{n} \cdot \vec{a} = 0$
also:

```
>> n = [8 2 1]';
>> a = [1 -3 -2]'; (1)
>> dot(n, a) (1)
```
→ muss numerisch Null geben! (1)

3

(b) Berechnen Sie den Abstand der Geraden von der Ebene.

Theorie: $d = \dfrac{|\vec{n} \cdot (\vec{r} - \vec{OP})|}{|\vec{n}|}$

```
>> P = [3 -3 2]';
>> r = [-1 0 7]'; (1) (Ortsvektor)
>> d = abs(dot(n, r-P)) / norm(n)
```
→ 2.53

(pro Fehler 1 Pt. Abzug) (2)

norm statt abs: "lässliche" Sünde

3

Lösen Sie Teilaufgabe c möglichst elegant mit MATLAB.

(c) Bringen Sie $-2 - j$ in Exponentialform (Argument positiv).

```
>> z = -2-j;
>> abs(z)
>> angle(z) + 2*pi
```
→ $2.2 \cdot e^{j \cdot 3.6}$

(1) (1)

2

Aufgabe 2 (5+5 Pt.)

10 Pt.

(a) Berechnen Sie die Gleichung (Normalenform) der zur Ebene $8x - 2y + 6z = 1$ senkrechten, durch $P_1 = (-1; 2; 5)$ und $P_2 = (2; 1; 4)$ verlaufenden Ebene.

– Ebene in Parameterdarstellung: 2 Pt.

$\vec{n} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix}$ 1 $\qquad \overrightarrow{P_1P_2} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\vec{n} \times \overrightarrow{P_1P_2} = \begin{pmatrix} 8 \\ -2 \\ 6 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 26 \\ -2 \end{pmatrix}$ 2

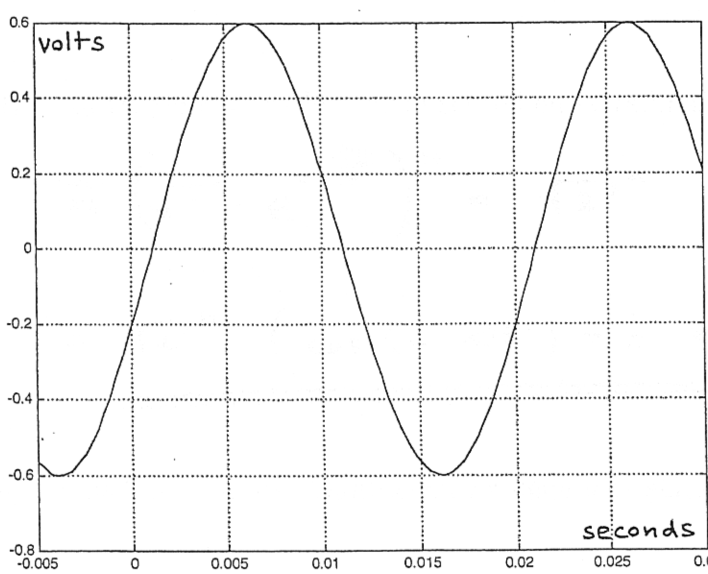
also: $8x + 26y - 2z = \square$ 1

z.B. P_1 einsetzen: $8 \cdot (-1) + 26 \cdot 2 - 2 \cdot 5 = 34$ 1

Division durch 2: $\underline{\underline{4x + 13y - z = 17}}$

5

(b) Am Lautsprecher-Ausgang Ihrer Stereoanlage messen Sie mit dem KO folgendes Signal. Lesen Sie im Rahmen der Ablesegenauigkeit Amplitude, Periode, Frequenz, Kreisfrequenz und Nullphasenwinkel (Gradmaß) ab. Wie lautet die Cosinus-Funktion?



$A = 0.6$ 1

2 $\begin{cases} T = 0.02 \\ \text{d.h. } f = \frac{1}{0.02} = 50 \text{ Hz} \\ \omega = 2\pi f \approx 314 \end{cases}$

$\varphi = -110°$ 1

nur wenn alles richtig!

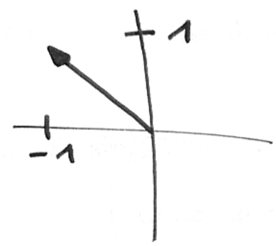
$\underline{\underline{0.6 \cdot \cos(314 \cdot t - 110°)}}$ 1

5

Aufgabe 3 (5 x 2 Pt.)

Pt. 10

(a) In Exponential-Form schreiben (Bogenmaß): $(-1+j) =$



$$= \sqrt{2} \cdot e^{j \cdot \frac{3\pi}{4}}$$

2

(b) In kartesischer Form schreiben: $4 \cdot e^{j \cdot \frac{\pi}{6}} = 4 \cdot \left(\cos \frac{\pi}{6} + j \cdot \sin \frac{\pi}{6}\right)$

1

$$= 4 \cdot \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \cdot \frac{1}{2}\right)$$

$$= 2\sqrt{3} + 2 \cdot j$$

2

(c) Nur der Hauptwert: $\ln(-e) = \ln\left(e \cdot e^{j \cdot \pi}\right)$

$$= \ln(e) + j \cdot \pi$$

$$= 1 + j \cdot \pi$$

2

(d) In trigonometrischer Form schreiben (Gradmaß): $(-1+j)^n =$

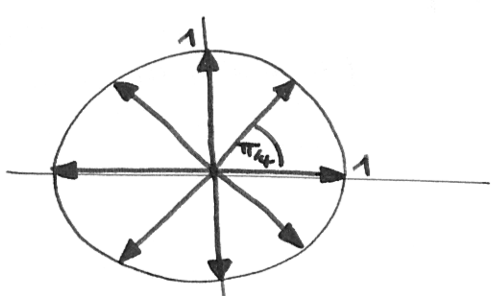
$$\overset{(a)}{=} \left(\sqrt{2} \cdot e^{j \cdot \frac{3\pi}{4}}\right)^n = \sqrt{2}^n \cdot e^{j \cdot n \cdot \frac{3\pi}{4}}$$

135°

$$= \sqrt{2}^n \cdot \left(\cos(n \cdot 135°) + j \cdot \sin(n \cdot 135°)\right)$$

2

(e) Als Zeiger in der Gaußschen Zahlenebene skizzieren: $\sqrt[8]{1} =$



2

Aufgabe 4 (4+6 Pt.)

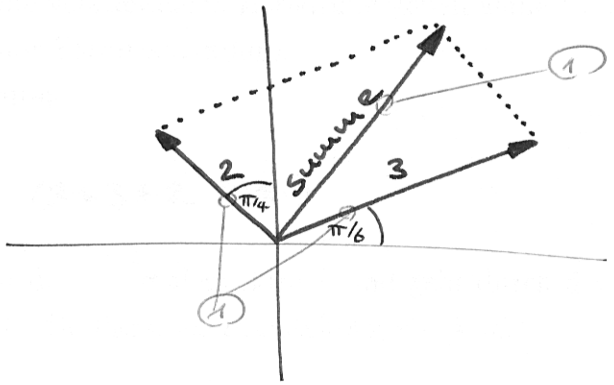
10 Pt.

(a) Lösen Sie diese Aufgabe grafisch mit einer Handskizze – es wird kein exaktes Resultat erwartet aber ein professionelles Vorgehen:

Überlagern Sie die beiden Schwingungen $2 \cdot \cos(2500 \cdot t + \frac{3\pi}{4})$ und $3 \cdot \sin(2500 \cdot t + \frac{2\pi}{3})$. Resultat als Cosinus-Schwingung.

$\downarrow \varphi := \varphi - \frac{\pi}{2}$

$3 \cdot \cos(2500 \cdot t + \frac{\pi}{6})$ (1)



d.h. $\underline{\underline{\text{ca. } 3 \cdot \cos(2500 \cdot t + \frac{\pi}{3})}}$ (1)

4

(b) Skizzieren Sie die Ortskurve von $\underbrace{z = t + j \cdot (t+1)}$ $(t \in \mathbb{R})$ und berechnen + skizzieren Sie die Inversion.

$Re(z) = t$

$Im(z) = t+1$

d.h. $Im(z) = Re(z) + 1$

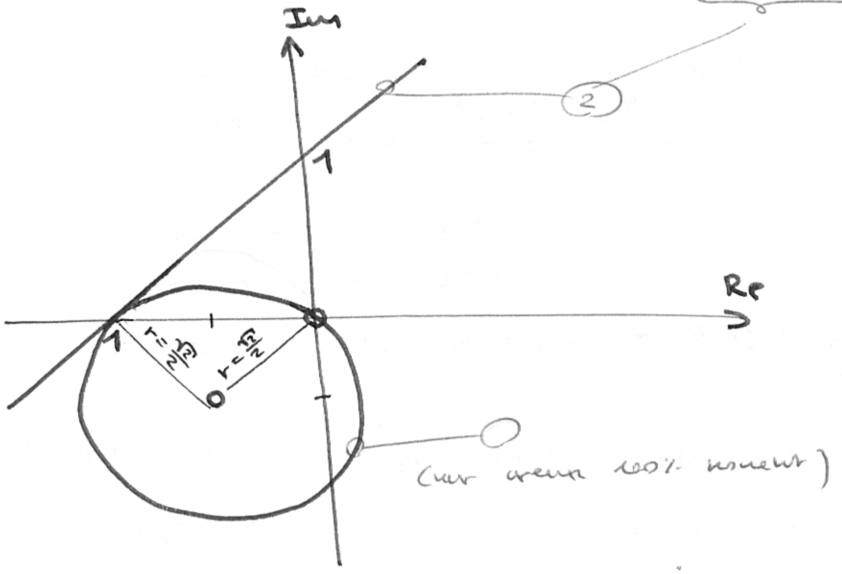
also: "$y = x + 1$" $\longrightarrow$ $1 \cdot x - 1 \cdot y + 1 = 0$

$a = 1 \quad b = -1 \quad c = 1$

Kreis:

$M = \left(-\frac{a}{2c} ; \frac{b}{2c}\right) = \left(-\frac{1}{2} ; -\frac{1}{2}\right)$

$r = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2 \cdot |c|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ (2)



6