| Interstaatliche Hochschule für Technik Buchs NTB, Sy | Lineare Algebra |
|---|---|
| Klasse 2d | 24.3.2004 |
| **Serie 27** | **Test** |

| Name | Vorname | 55 Pt. total | ⟶ | Note |
|---|---|---|---|---|
| | | | | |

- Punkteabzug oder keine Punkte für schwer verständliche oder unnötig komplizierte Lösungen.
- Hilfsmittel: nur Formelsammlung.
- Zeit: 70 Minuten.

**Aufgabe 1** (2+2+4x3 Pt.)

16 Pt.

8

(a) $\frac{8+10j}{2-j} = \frac{8+10j}{2-j}\cdot\frac{2+j}{2+j} = \frac{6+28j}{5} = \underline{\underline{\frac{6}{5}+j\cdot\frac{28}{5}}}$ (kartesische Form)

2

(b) $|2+3j| = \sqrt{4+9} = \underline{\underline{\sqrt{13}}}$

2

(c) $\underbrace{(1+\sqrt{3}\cdot j)}_{2\cdot e^{j\cdot\pi/3}}{}^6 = 2^6\cdot e^{j\cdot 6\cdot\pi/3} = 64\cdot\underbrace{e^{j\cdot 2\pi}}_{1} = \underline{\underline{64}}$

3

(d) $\ln(\underbrace{-e}_{e\cdot e^{j\cdot\pi}}) = \ln(e) + j\cdot\pi$ (nur Hauptwert, Bogenmaß)

$= \underline{\underline{1+j\cdot\pi}}$

3

(e) Was macht die Operation $-\frac{z}{i}$ geometrisch mit der Zahl $z$? (Stichworte)

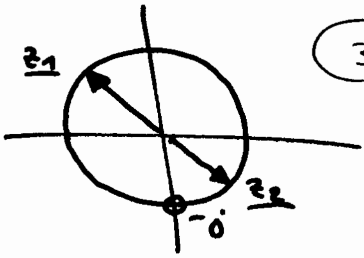
$z \longmapsto -\frac{z}{j} = j\cdot z$ = Rotation um +90° (Gegenuhrzeigersinn)

3

(f) Berechnen Sie: $\sqrt[2]{-j} = \sqrt[2]{1\cdot e^{j\cdot\frac{3\pi}{2}}}$ (Exponentialform, Bogenmaß)

$z_1 = \sqrt[2]{1}\cdot e^{\frac{3\pi/2}{2}\cdot j} = \underline{\underline{e^{j\cdot\frac{3\pi}{4}}}}$

$z_2 = e^{\frac{3\pi/2+2\pi}{2}\cdot j} = \underline{\underline{e^{j\cdot\frac{7\pi}{4}}}}$




3

12 Pt.

6

## Aufgabe 2 (6+6 Pt.)

(a) Bestimmen Sie die Schnittgerade der Ebenen $x - y - 4z = 2$ und $-2x + y + 2z = 3$ in Parameterform (Vektorschreibweise).

$$\left|\begin{array}{rcl} x - y - 4z &=& 2 \\ -2x + y + 2z &=& 3 \end{array}\right| \quad +2$$

2

— Kreuzprod. berechnet: 2 Pt.

$$\left|\begin{array}{rcl} x - y - 4z &=& 2 \\ -y - 6z &=& 7 \end{array}\right| \quad -1, \ \cdot(-1)$$

$$\left|\begin{array}{rcl} x \phantom{+y} + 2z &=& -5 \\ y + 6z &=& -7 \end{array}\right|$$

← 1 Pt. nur, falls Rechenfehler!

2

$z = t$

$$\left|\begin{array}{rcl} x + 2t &=& -5 \\ y + 6t &=& -7 \\ z &=& t \end{array}\right|$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ -7 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}$$

2

6

(b) Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene, die senkrecht zu $2x + 2y - 4z = 9$ verläuft und die Gerade $x = -1 + 3t$, $y = 2 - t$, $z = 5 + 2t$ enthält. Resultat möglichst vereinfachen!

Ebene enthält die Richtungsvektoren $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und den Punkt $(-1; 2; 5)$ 1

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -16 \\ -8 \end{pmatrix}$$

1 1

d.h. Normale $= \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ 1

also: $2y + z = \boxed{\phantom{00}}$ 1

Punkt einsetzen: $2y + z = 9$ 1

— Nur Parameterdarstellung: 2 Pt.

6

12 Pt.

6

**Aufgabe 3** (3+3+6 Pt.)

(a) Stellen Sie ein möglichst einfaches lineares Gleichungssystem mit 2 Gleichungen und 3 Unbekannten auf, das keine Lösung hat. Wenn dies nicht möglich ist, begründen Sie dies!

$$\left| \begin{array}{l} x+y+z=0 \\ x+y+z=1 \end{array} \right|$$

- 100% korrekt + einfach : 3 Pt.
- korrekt aber nicht einfach : 2 Pt.
- relevante Ansätze : 1 Pt.
- "nicht möglich" : 0 Pt.

3

(b) Stellen Sie ein möglichst einfaches lineares Gleichungssystem mit 3 Gleichungen und 2 Unbekannten auf, das $\infty$-viele Lösungen hat. Wenn dies nicht möglich ist, begründen Sie dies!

$$\left| \begin{array}{l} x+y=0 \\ x+y=0 \\ x+y=0 \end{array} \right|$$

– siehe TA (a)

3

(c) Eine Messreihe liegt in Form einer Wertetabelle vor. Berechnen Sie das Newton-Interpolationspolynom mit dem Differenzenschema. Wie kontrollieren Sie Ihr Resultat?

| $k$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $x_k$ | 0 | 2 | 3 | 5 |
| $y_k$ | 4 | 10 | 16 | 4 |

| $x_k$ | $y_k$ | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | $\underline{\underline{4}}$ | | | |
| | | $\underline{\underline{3}}$ | | |
| 2 | 10 | | $\underline{\underline{1}}$ | |
| | | 6 | | $\underline{\underline{-1}}$ |
| 3 | 16 | | $-4$ | |
| | | $-6$ | | |
| 5 | 4 | | | |

2

$$y = \underline{\underline{4}} + \underline{\underline{3}} \cdot (x-0) + \underline{\underline{1}} \cdot (x-0)(x-2) \underline{\underline{-1}} \cdot (x-0)(x-2)(x-3)$$

$$= 4 + 3x + x^2 - 2x - x^3 + 5x^2 - 6x$$

$$\underline{\underline{y = -x^3 + 6x^2 - 5x + 4}}$$

2

Kontrolle : Punkte $(x_k; y_k)$ einsetzen! 1

korrekte Lösung: 1

6

**15** Pt.

8

## Aufgabe 4 (6+4+1+2+2 Pt.)

(a) Von der Gleichung $2x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 4x - 12 = 0$ sind zwei Lösungen bekannt:

$$x_1 = 1 + j \qquad \text{und} \qquad x_2 = -1$$

Wie lauten die übrigen Lösungen? (ohne zu raten!)

$\underline{\underline{x_3 = 1 - j}}$ (1)

$$(x-(1+j))\cdot(x-(1-j)) = x^2 - (1+j)\cdot x - (1-j)\cdot x + 2$$
$$= x^2 - 2x + 2 \quad (2)$$

ausrechnen: $x^3 - x^2 + 2$

$$(2x^4 - 8x^3 + 6x^2 + 4x - 12) \div (x^2 - 2x + 2) = 2x^2 - 4x - 6 \quad (1)$$

$$
\begin{array}{l}
\underline{2x^4 - 4x^3 + 4x^2} \\
\quad -4x^3 + 2x^2 + 4x - 12 \\
\quad \underline{-4x^3 + 8x^2 - 8x} \\
\qquad -6x^2 + 12x - 12 \\
\qquad \underline{-6x^2 + 12x - 12} \\
\qquad\qquad 0
\end{array}
$$

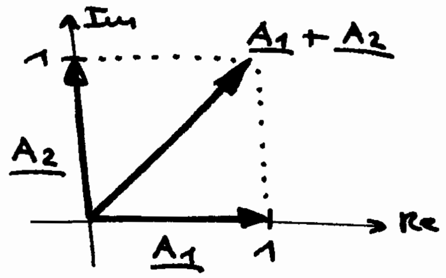
$$x_{2,4} = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 4\cdot 2\cdot 6}}{2\cdot 2} = \frac{4 \pm 8}{4} = 1 \pm 2 \quad (1)$$

$\underline{x_2 = -1}$ $\quad$ $\underline{\underline{x_4 = 3}}$ (1)

(6)

falsche Lösung: wird. 2 Pt. Abzug! (inkl. Kontrolle)

(b) Sie sehen die Handskizze eines Elektrotechnikers zur Überlagerung zweier Schwingungen mit je 50 Hz.
Wie lautet diese Überlagerung in folgender Form?
$A_1 \cdot \cos(\omega t + \varphi_1) + A_2 \cdot \cos(\omega t + \varphi_2) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$




$$1\cdot\cos(2\pi\cdot 50\cdot t) + 1\cdot\cos\left(2\pi\cdot 50\cdot t + \frac{\pi}{2}\right) = \sqrt{2}\cdot\cos\left(2\pi\cdot 50\cdot t + \frac{\pi}{4}\right)$$

(1) (1) (1)

(4)

Gesucht so hinzuschreiben: (1)

(c) Wie bringen Sie mit MATLAB die Zahl $3.5 \cdot e^{j\cdot 0.82}$ in kartesische Form?

```
>> 3.5 * exp(j * 0.82)
```

(1)

(d) Mit welchen MATLAB-Befehlen können Sie die Konjugierte einer komplexen Zahl z berechnen?

```
>> conj(z)
>> z'
```

(1) (1)

(2)

(e) Wie transponieren Sie in MATLAB eine Matrix A, ohne die Elemente zu konjugieren?

```
>> A.'
```

– nur richtig/falsch

(2)