Interstaatliche Hochschule für Technik Buchs NTB, Sy	Lineare Algebra
Klasse 2d	7.7.2004
Serie 44	**Test**

Name: ______ Vorname: ______ 40 Pt. total → Note: ______

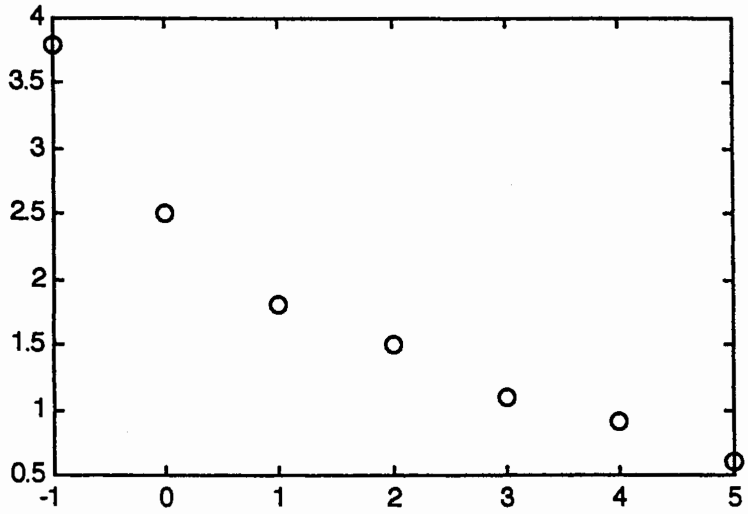
– Punkteabzug oder keine Punkte für schwer verständliche oder unnötig komplizierte Lösungen.
– Hilfsmittel: nur Formelsammlung.
– Zeit: 75 Minuten.

Aufgabe 1 (3+3+2 Pt.)

Pt. 8

Sie haben mit MATLAB einige Messpunkte eingegeben und diese aufgezeichnet. Von der Anwendung her müsste es sich um eine Funktion vom Typ $y = 2.5 \cdot e^{b \cdot x}$ handeln:

```
x=[-1.0 0.0 1.0 2.0 3.0 4.0 5.0];
y=[3.8 2.5 1.8 1.5 1.1 0.9 0.6];
plot(x,y,'o')
```



(a) Formen Sie das Problem so um, dass man es mit dem polyfit(..) - oder dem "\" - Befehl lösen kann.

$$y = 2.5 \cdot e^{bx} \qquad | \ln(\cdot)$$

$$\ln(y) = \ln(2.5) + b \cdot x$$

$$\underset{v}{\ln(y)} = b \cdot \underset{u}{x} + \ln(2.5)$$

3

(b) Zeigen Sie, wie Sie mit dem polyfit(..) - Befehl den Parameter b berechnen. Schreiben Sie den Code so, dass Sie nichts von Hand abtippen müssen!

```
>> u = x
>> v = log(y)
>> p = polyfit (u,v,1)
>> b = p(1)   ——o -0.3
```

(a)+(b): – vollst. korrekt: 3 Pt.
– leicht unvollst./ersetzt: 2 Pt.
– Ansätze: 1 Pt.

3

(c) Welchen Nachteil hat hier der polyfit(..) - Befehl gegenüber dem "\" - Befehl?

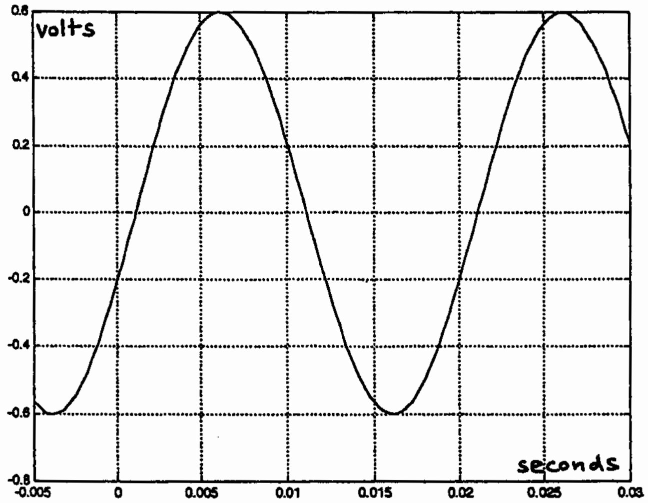
"polyfit" nur für das Modell $y = a \cdot x + \underline{b}$
Man kann nicht festlegen, dass $b = \ln(2.5)$!
Mit "\" geht dies problemlos!
– Für Pt. muss hier wirklich etwas Relevantes + Korrektes stehen!
– eher streng korrigiert!

2

13 Pt.

Aufgabe 2 (4+3+3+3 Pt.)

(a) Am Lautsprecher-Ausgang Ihrer Stereoanlage messen Sie mit dem KO folgendes Signal. Lesen Sie im Rahmen der Ablesegenauigkeit Amplitude, Frequenz, Kreisfrequenz und Nullphasenwinkel ab. Wie lautet die Cosinus-Funktion?



$A = 0.6$ (1)

$T = 0.02$, d.h. $f = 50$

$\omega = 2\pi f = 314$ (1)

$\varphi = -110° = -11\pi/18 = -1.9$ (1)

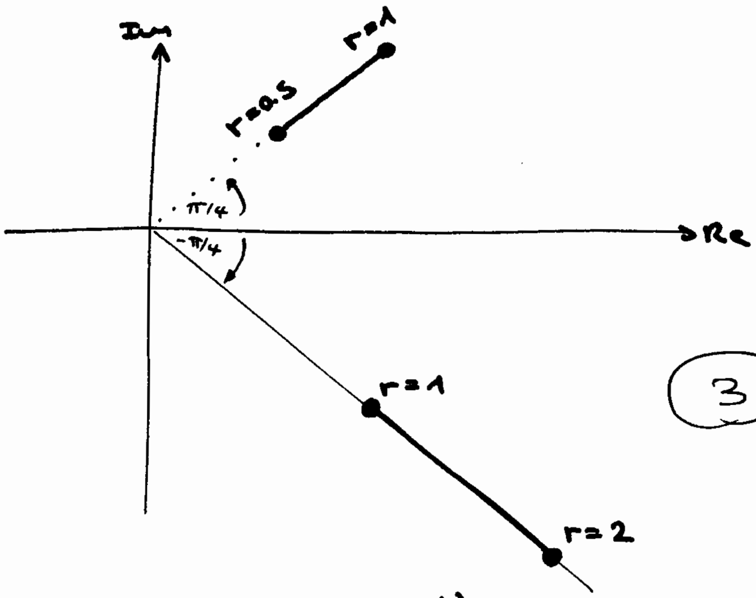
($-3\pi/5$ auch ok)

$\Rightarrow x(t) = 0.6 \cdot \cos(314 \cdot t - 1.9)$ (1)

– sicher 1 Pt. Abzug, falls Nullphasenwinkel im cos(·) in Grad war!!

4

(b) Sie sehen die Handskizze einer Ortskurve in der Gaußschen Zahlenebene. Zeichnen Sie die Inversion ein.



– Winkel korrekt: 1 Pt.
– Abstand korrekt: 1 Pt.

3

(c) Mit welchen MATLAB-Befehlen skizzieren Sie die Ortskurve von $z(t) = 4 \cdot e^{jt} + 2 \cdot e^{-jt}$?

```
>> t = linspace (0, 2*pi); (1)
>> z = 4 * exp (j*t) + 2 * exp (-j*t); (1)
>> plot (z) (1)
```

3

(d) Um was für ein geometrisches Objekt handelt es sich bei der Ortskurve von Teilaufgabe c? Bitte eine saubere Herleitung!

$$z(t) = 4 \cdot (\cos t + j \cdot \sin t) + 2 \cdot (\cos t - j \cdot \sin t)$$

$$= \underbrace{6 \cdot \cos t}_{x(t)} + j \cdot \underbrace{2 \cdot \sin t}_{y(t)}$$

d.h. Ellipse mit den Halbachsen 6 und 2.

3

– voller Durchblick + 100% korrekt: 3 Pt.
– kleiner (Denk-) Fehler: 2 Pt.
– Ansätze, relevante: 1 Pt.

Aufgabe 3 (3+2+3+3 Pt.)

11 Pt.

(a) Ist $f\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2y \\ x+z+1 \end{pmatrix}$ linear? (saubere und einfache Begründung!)

$f\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \neq \vec{0}$, d.h. kann nicht linear sein!

Hinweis: Diese Abb. geht durch den Ursprung!

- "ja": 0 Pt.
- Es gibt keine Abb.-Matrix: 0 Pt.
- Detailfehler: − 1 Pt.
- relevante Ansätze: 1 Pt.
- eher streng korrigiert...

3

(b) Wie lautet die Abbildungsmatrix der Funktion $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x-y \\ y-x \\ 2x \end{pmatrix}$?

$$\underline{\underline{\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}}}$$

- Ich habe nur Abb.-Matrix anerkannt!
- genau so: 2 Pt.
- kleiner Flüchtigkeitsfehler: 1 Pt.

2

(c) Ist $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x-y \\ 2y-4x \end{pmatrix}$ invertierbar? (saubere und einfache Begründung!)

Abb.-Matrix $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ ist <u>singulär</u>, d.h. die Abb. ist nicht invertierbar!

Matrix singulär: mit Rang oder Determinante zeigen...

3

- Rechenfehler (Matrix falsch, Det falsch berechnet): 1 Pt. Abzug und keine Folgefehler...

(d) $f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x^2 + y^2$ $g(x) = \begin{pmatrix} \sin x \\ \cos x \end{pmatrix}$ Was ist $f \circ g$?

$$\underbrace{f(g(x))}_{(f\circ g)(x)} = f\begin{pmatrix} \sin x \\ \cos x \end{pmatrix} = \sin^2 x + \cos^2 x = \underline{\underline{1}}$$

1 1 1

3

Aufgabe 4 (5+3 Pt.)

8 Pt.

(a) Eine Abbildung im Raum ist aus zwei Teilen zusammen gesetzt:

1. Eine Rotation R um $+\frac{3\pi}{4}$ um die x-Achse, und danach
2. Eine Spiegelung S an der y-Achse.

Wie lautet die Abbildungsmatrix der gesamten Abbildung?

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 3\pi/4 & -\sin 3\pi/4 \\ 0 & \sin 3\pi/4 & \cos 3\pi/4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \end{pmatrix} \quad 2$$

$$S = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \quad 1$$

$$\underline{S \cdot R = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -\sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}} \quad 2$$

5

(b) Wie lautet die Abbildungsvorschrift einer Spiegelung am Punkt $\begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix}$?

$$f\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\left[\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix}\right] + \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix} \quad 2$$

$$= 2 \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ 7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad 1$$

$$= \begin{pmatrix} 16 - x \\ 14 - y \end{pmatrix}$$

3