Interstaatliche Hochschule für Technik Buchs NTB, Sy	Mathematik
Klasse 3d	11.1.2006
Serie 14	**Test**

Name | Vorname | Pt. total: 39 → Note

– Punkteabzug oder keine Punkte für schwer verständliche oder unnötig komplizierte Lösungen.
– Hilfsmittel: nur Formelsammlung.
– Zeit: 70 Minuten.

Aufgabe 1 (8 Pt.)

Pt. 8

$$\boxed{x\,y' - y = x^2 \cdot \cos(x)}$$

$$y' \underbrace{- \frac{1}{x}}_{f(x)} \cdot y = x \cdot \cos(x)$$

homogen: $y_h = C \cdot e^{-F(x)} = C \cdot e^{--\ln(x)} = C \cdot x$ (2)

inhomogen: Ansatz: $y(x) = C(x) \cdot x$ einsetzen: (1)

$$(C(x) \cdot x)' - \frac{1}{x} \cdot (C(x) \cdot x) = x \cdot \cos(x)$$

$$C'(x) \cdot x + \cancel{C(x) \cdot 1} - \cancel{C(x)} = x \cdot \cos(x)$$

$$C'(x) \cdot x = x \cdot \cos(x)$$

$$C'(x) = \cos(x)$$

$$C(x) = \sin(x) \quad (3)$$

also: $y_p = \sin(x) \cdot x$ (1)

$$\Longrightarrow \quad y(x) = C \cdot x + \sin(x) \cdot x \quad (1)$$

Aufgabe 2 (7+3 Pt.)

10 Pt.

(a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung: $\boxed{y' = e^{x+2y} \cdot x}$

$$\frac{dy}{dx} = e^{x} \cdot e^{2y} \cdot x$$

$$\int e^{-2y} \cdot dy = \int e^{x} \cdot x \cdot dx \quad 3$$

$$-\frac{1}{2} \cdot e^{-2y} \; 1 = (x-1) \cdot e^{x} + c_1 \; 1$$

$$e^{-2y} = -2 \cdot (x-1) \cdot e^{x} + c$$

$$-2y = \ln(2 \cdot e^{x} - 2 \cdot x \cdot e^{x} + c)$$

$$y(x) = -\frac{1}{2} \cdot \ln(2 \cdot e^{x} - 2 \cdot x \cdot e^{x} + c) \quad 2$$

Ansatz Substitution: ↯

$z = x + 2y$

$z' = 1 + 2y'$

$y' = \frac{z' - 1}{2}$

$\frac{z' - 1}{2} = e^{z} \cdot x$

$z' - 1 = 2 \cdot e^{z} \cdot x$

$z' = 2 \cdot e^{z} \cdot x + 1$

führt zu nichts...

alleine: 2 Pt.

7

(b) Berechnen Sie für Teilaufgabe a die partikuläre Lösung für: $\boxed{y(1) = -\frac{1}{2}}$

$$y(1) = -\frac{1}{2} \cdot \ln(c) \; 1 \overset{!}{=} -\frac{1}{2}$$

$$\ln(c) = 1$$

$$c = e \; 1$$

d.h. $y(x) = -\frac{1}{2} \cdot \ln(2 \cdot e^{x} - 2 \cdot x \cdot e^{x} + e) \; 1$

3

Aufgabe 3 (6+2 Pt.)

Pt. 8

(a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung: $\boxed{y' = \frac{y-x}{x}}$ Tipp: Substitution

$$y' = \frac{y}{x} - 1 \quad (1)$$

$$\boxed{\begin{array}{ll} z = \frac{y}{x} & \text{Var}: x \\ & \text{Fkt}: y(x), z(x) \\ y' = z + x \cdot z' \quad (1) & \end{array}}$$

$$z + x \cdot z' = z - 1$$

$$x \cdot z' = -1$$

$$x \cdot \frac{dz}{dx} = -1 \quad (1)$$

$$\int 1 \cdot dz = \int -\frac{1}{x} \cdot dx \quad (1)$$

$$z = -\ln(x) + C \quad (1)$$

$$\frac{y}{x} = -\ln(x) + C$$

$$y(x) = \underline{\underline{-x \cdot \ln(x) + C \cdot x}} \quad (1)$$

$$= x \cdot (C - \ln(x))$$

$$\boxed{\begin{array}{l} z = y - x \\ z' = y' - 1 \\ y' = z' + 1 \end{array}}$$

$$z' + 1 = \frac{z}{x}$$

$$z' = \frac{z}{x} - 1$$

$$z' = \frac{z - x}{x}$$

⚡

alleine: 2 Pd.

6

(b) Berechnen Sie für Teilaufgabe a die partikuläre Lösung für: $\boxed{y(1) = 1}$

$$y(1) = \underline{\underline{C = 1}} \quad (1)$$

d.h. $y(x) = -x \cdot \ln(x) + x$

$$= \underline{\underline{x \cdot (1 - \ln x)}} \quad (1)$$

2

Aufgabe 4 (3+4+2+2+2 Pt.)

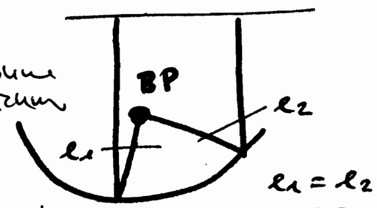
13 Pt.

(a) Was halten Sie von folgendem Kommentar eines Kollegen?

Um Signale aus dem Weltall zu empfangen verwendet man Parabolantennen (Antennen in Form einer rotierten Parabel). Die Antennen dürfen nicht zu klein sein, sonst empfängt man zu wenig Leistung. Und sie dürfen nicht zu gross sein, sonst haben die Signale, die zu weit weg von der Achse auf den Spiegel treffen eine zu lange Laufzeit im Vergleich zu den Signalen, die in der Nähe der Achse auf den Spiegel treffen und es kann zu Auslöschungseffekten kommen.

Einzige falsche Aussage: Laufzeit (Strecke) aller Strahlen bis zum Brennpunkt ist gleich!

und ohne Abschwächung



3

- vollst. korrekte Erklärung: 3 Pt.
- eine kleine Unkorrektheit: 2 Pt.
- relevante Ansätze: 1 Pt.

(b) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion `haelfte(..)`, die von einem MATLAB-Vektor nur jedes zweite Element zurück gibt. Anwendungsbeispiel:

```
>> haelfte([3 7 6 5 4 8 9])

   3   6   4   9
```

```
function res = haelfte(x)
res = x(1 : 2 : length(x));
```

- genau so, 100% korrekt: 4 Pt.
- Kontinuitätsfehler bis 0 Pt.
- mit Schleife: max. 2 Pt.

4

(c) Mit "`>> load handel`" und "`>> sound y`" wird Ihnen ein kurzes Musikstück mit einer Samplerate von 8192 Hz abgespielt. Was hören Sie mit dem folgenden Befehl?

```
>> sound(haelfte(y))
```

Doppelte Frequenz (1), d.h. eine Oktave höher, und nur halb so lang. (1)

2

Für total 4 Pt. muss "eine Oktave höher" vorkommen!

(d) Und was hören Sie mit dem folgenden Befehl?

```
>> sound(y,16384)
```

Genau dasselbe wie in Teilaufgabe c, allerdings mit doppelter Samplingrate.

2

(e) Sie erzeugen mit MATLAB eine Sinus-Schwingung und plotten diese. Was sehen Sie?

```
>> x = linspace(0,1,8192);
>> y = sin(2*pi*880*x);
>> plot(x,y)
```

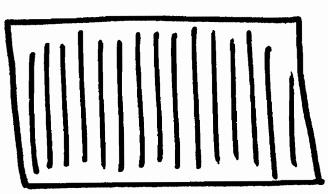


Bild vollständig ausgefüllt ...

2