Interstaatliche Hochschule für Technik Buchs NTB, Sy	Mathematik
Klasse 4d	10.4.2006
Serie 29	**Test**

Name | Vorname | 37 Pt. total → Note

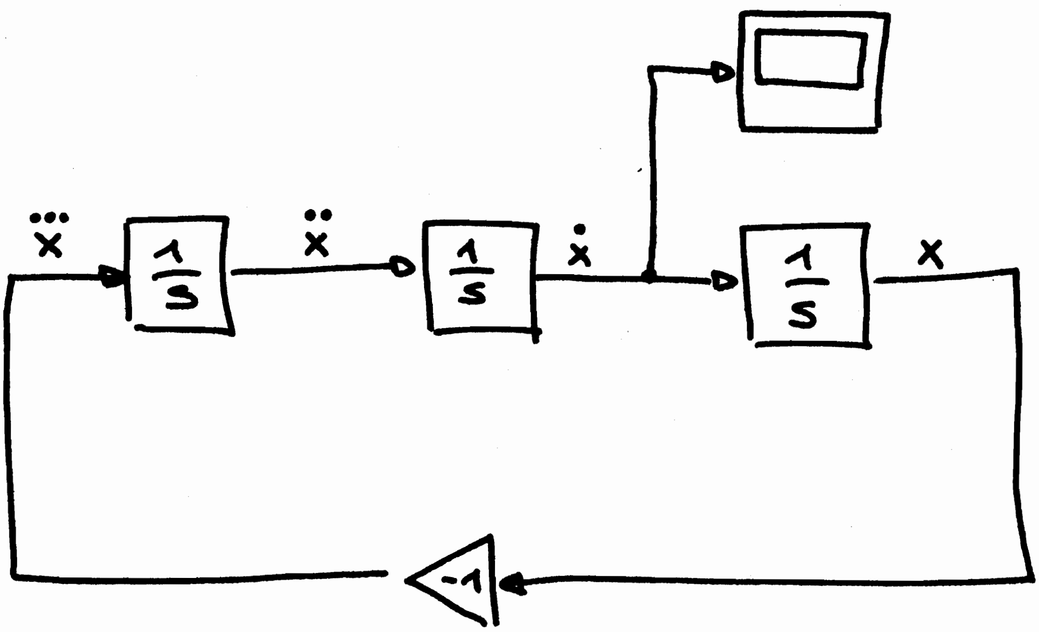
– Punkteabzug oder keine Punkte für schwer verständliche oder unnötig komplizierte Lösungen.
– Hilfsmittel: nur Formelsammlung.
– Zeit: 70 Minuten.

Aufgabe 1 (4+2 Pt.)

Pt. 6

$$\boxed{x^{(3)} = -x}$$

(a) Skizzieren Sie für die obige DGL das Simulink-Blockschaltbild.
Auf dem KO soll $\dot{x}(t)$ dargestellt werden.
Bitte alle Signale sinnvoll beschriftet.



– KO an falscher Stelle: −1 Pt.
– 4 Pt. streng nur falls 100% korrekt.
– x' ignoriert.

4

(b) Nennen Sie zwei partikuläre Lösungen der obigen DGL.

z.B. $x(t) = 0$, $x(t) = e^{-t}$, $x(t) = 2 \cdot e^{-t}$, ...

– Für 2 Pt.: 100% korrekt!!
– je part. Lsg. ein Pt.
(müssen nicht lin. unabh. sein)
– $y(x)$ statt $x(t)$: −1 Pt.
– 1 korr. Lsg. in d. Form $y(x)$ allein: 1 Pt.
(d.h. sonst nichts falsch)

2

Aufgabe 2 (3+4+4 Pt.)

Pt. 11

(a) Was halten Sie von folgender Aussage?

> Sie haben eine homogene lineare DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten.
> $5 \cdot \cos(x)$ und $-3 \cdot \sin(x + \frac{\pi}{2})$ sind zwei partikuläre Lösungen.
> Also ist $A \cdot \cos(x) + B \cdot \sin(x + \frac{\pi}{2})$ die allgemeine Lösung.

(z. B. $y'' + y = 0$)

Falsch: $\cos(x) = \sin(x + \frac{\pi}{2})$

Diese part. Lsg. sind nicht lin. unabh.

Somit nicht allg. Lösung!

- "Lösung" [illegible] Pt.
- 3 Pt. [illegible] lineare Unabh. [illegible] nicht.
- "gleich" [illegible] -1 Pt.

3

(b) $\boxed{2\,y'' + 12\,y' + 36\,y = \sin(x) \cdot \cos(x)}$ Wie lautet die allgemeine homogene Lösung?

$$y'' + 6y' + 18y = \frac{1}{2} \cdot \sin(x) \cdot \cos(x)$$

$a = 6 \qquad b = 18$ (1)

$a^2 - 4b = 36 - 4 \cdot 18 < 0$, d.h. Fall 3 (1)

$\alpha = -\frac{a}{2} = -3 \qquad \omega = \sqrt{b - \frac{a^2}{4}} = \sqrt{18 - 9} = 3$ (1)

$$y_h(x) = c_1 \cdot e^{-3x} \cdot \sin(3x) + c_2 \cdot e^{-3x} \cdot \cos(3x)$$ (1)

[illegible] 1 Pt.

4

(c) Wie lautet ein möglichst einfacher Ansatz für die partikuläre Lösung der DGL von Teilaufgabe b?

$\lambda_{1,2} = -3 \pm 3j$ (1)

Trick: $\sin(x) \cdot \cos(x) = \frac{1}{2} \cdot \sin(2x)$

In jedem Fall: weder $1 \cdot j$ noch $2 \cdot j$ ist eine Lsg. der char. Gleichung. (1)

Ansatz einfach: $y_p = A \cdot \sin(2x) + B \cdot \cos(2x)$ (2 Pt.)

komplexer: $y_p = [A \cdot \sin x + B \cdot \cos x] \cdot [C \cdot \sin x + D \cdot \cos x]$

4

Aufgabe 3 (3+6+3 Pt.)

12 Pt.

(a) $\mathcal{L}\Big(e^t * \sin(2\,t) \Big) \;=$ (FS erlaubt, möglichst einfach!)

$$\mathcal{L}(e^t) \cdot \mathcal{L}(\sin(2t)) =$$

1 (erkennbar)

$$\underline{\underline{\frac{1}{s-1} \cdot \frac{2}{s^2+4}}}$$

1 1

3

(b) $e^t * \sin(2\,t) \;=$ (Mit Integral von Grund auf zu berechnen)

$$= \sin(2t) * e^t$$

$$= \int_0^t \sin(2\tau) \cdot e^{t-\tau} \cdot d\tau$$

½ (in dieser Reihenfolge, d.h. Integral "lösbar")

$$= e^t \cdot \int_0^t \sin(2\tau) \cdot e^{-\tau} \cdot d\tau$$

1

a=-1
b=2

$$\stackrel{\boxed{322}}{=} e^t \cdot \underbrace{\left[\frac{e^{-\tau}}{5} \cdot \Big(-\sin(2\tau) - 2 \cdot \cos(2\tau) \Big) \right]_0^t}_{\frac{e^{-t}}{5}\left(-\sin(2t) - 2\cdot\cos(2t)\right) - \frac{1}{5}\cdot(-2)}$$

1

$$= \frac{-\sin(2t) - 2\cdot\cos(2t)}{5} + \frac{2\cdot e^t}{5}$$

2

6

(c) Berechnen Sie mit dem Grenzwertsatz den Anfangswert $f(0)$ der zugehörigen Zeitfunktion $f(t)$:

$$F(s) = \frac{7\,s+5}{2\,s^2+s-1} + \frac{1}{s^3}$$

$$f(0) = \lim_{s\to\infty} (s \cdot F(s))$$

1

$$= \lim_{s\to\infty} \underbrace{\frac{7s^2+5s}{2s^2+s-1}}_{\to \frac{7}{2}} + \underbrace{\frac{s}{s^3}}_{\to 0}$$

3

$$= \underline{\underline{\frac{7}{2}}}$$

2 – eher tolerant korrigiert

Aufgabe 4 (8 Pt.)

Pt. 8

$$y''' + 2\,y'' + 3\,y' + 4\,y = e^x, \quad \text{mit } y(0) = 10,\; y'(0) = 0,\; y''(0) = 0$$

Wie lösen Sie mit MATLAB diese DGL?

Ohne grafische Ausgabe der Lösung, aber mit vollständiger Herleitung, so dass Ihr MATLAB-Code gut verständlich ist. Berücksichtigen Sie, dass y' auf englisch „y prime" heisst.

$y_1 = y$
$y_2 = y'$
$y_3 = y''$

mit:
$y_1(0) = 10$
$y_2(0) = 0$
$y_3(0) = 0$

$y_1' = y_2$
$y_2' = y_3$
$y_3' = e^x - 2\cdot y_3(x) - 3\cdot y_2(x) - 4\cdot y_1(x)$

3

(ohne Aufgabenstell.; diese zusätzlich 1 Pt., falls dahinter nichts mehr)

File dgl.m:

```
function yprime = dgl (x,y)
yprime = [0 0 0]';
yprime (1) = y(2);
yprime (2) = y(3);
yprime (3) = exp(x) - 2*y(3) - 3·y(2) - 4·y(1);
```

3

```
>> [x y] = ode45 (@dgl, [0 20], [10 0 0]);
```

2

– pro Detailfehler 1 Pt. Abzug.
– Gewichtung auf Verständlichkeit des Codes

8