

Serie 5

Test

Name

Vorname

29
Pt. total

Note

- Punkteabzug oder keine Punkte für schwer verständliche oder unnötig komplizierte Lösungen.
- Hilfsmittel: nur Formelsammlung und Taschenrechner.
- Zeit: 35 Minuten.

Aufgabe 1 (2+4+3+3 Pt.)

12
Pt.

(a) Messreihe $x = 9, 9, 7, 7, 6, 5, 5, 5$ (Resultat genügt, Rechnung σ_x mit n im Nenner)

$\bar{x} = 6.63$

$\sigma_x = 1.58$

(u.a.: 1.63)

- Berechnung nur richtig / falsch ...

2

(b) Sie haben eine Reihe von Messwertpaaren:

x	1	2	6
y	0	4	8

Berechnen Sie die Korrelation von x und y .

(Rechnung mit $n-1$ im Nenner)
= 2

$\bar{x} = 3$ $s_x = 2.65$

$\bar{y} = 4$ $s_y = 4$

$Cov(x,y) = \frac{(1-3)(0-4) + (2-3)(4-4) + (6-3)(8-4)}{2} = 10$

$r(x,y) = \frac{10}{2.65 \cdot 4} = 0.94$

4

(c) Mit dem MATLAB-Befehl $\gg x = randn(1,1000)$ erhalten Sie einen 1×1000 -Vektor von standardnormalverteilten Zufallszahlen. Wie erhalten Sie daraus mit MATLAB normalverteilte Zufallszahlen mit $\bar{x} = 5$ und $\sigma_x = 0.2$?

$\gg 5 + 0.2 * x$

3

(d) Ist die Varianz robust? Antwort: ja/nein mit kurzer Erklärung.

Nein, ganz im Gegenteil:

Grosse Abweichungen von \bar{x} "gehen quadratisch" in die Varianz "ein".

- Punkte + stinkende Erklärung: 3 Pt.
- richtig, aber unvollständig erklärt: 2 Pt.
- Aussage von Vorlesung: 1 Pt.
- "ja": sicher 3 Pt.

3

Aufgabe 2 (3+4+3 Pt.)

10
Pt.

(a) Was versteht man unter einer Zufallsvariablen?

Als Antwort bitte eine kurze Erklärung mit einem Beispiel, die auch ein Laie versteht.

Formell: Funktion vom Stichprobenraum nach \mathbb{R}

Dsp: Jeder Gültbime wird ihre Beendauer zugeordnet.

- konkrete Erklärung und anschauliches Beispiel ohne großen Kram, auch für Laien verständlich: 3 Pt.
- grundsätzliche Verständnis vorhanden, aber ein Detail nicht 100% sauber: 2 Pt.
- Verständnis anschaulich vorhanden: 1 Pt.

3

(b) $f(x) = -6x^2 + 6x$ ist eine Wahrscheinlichkeitsdichte für $0 \leq x \leq 1$.

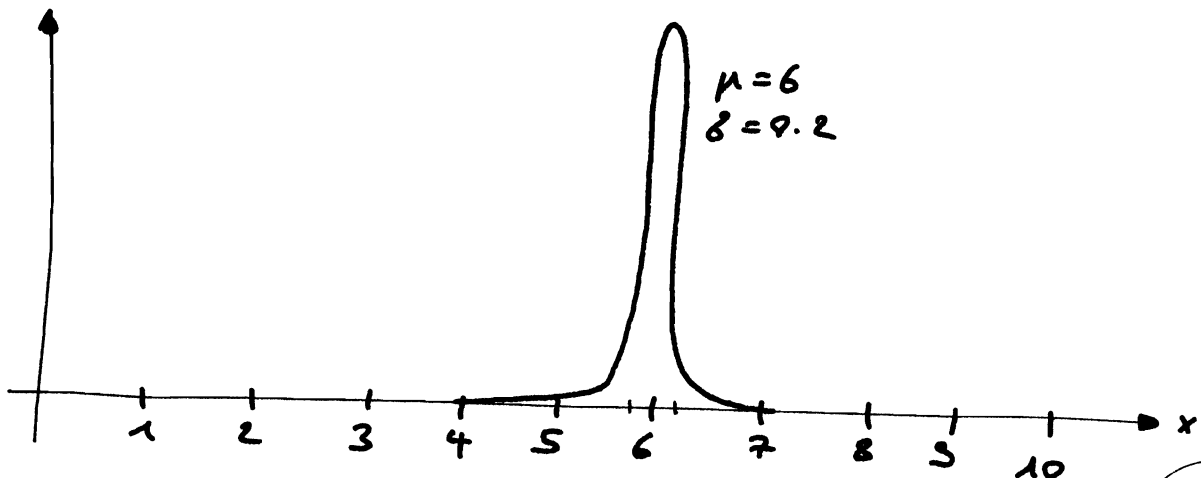
Berechnen Sie den Erwartungswert μ von $f(x)$.

$$\begin{aligned} \mu &= \int_0^1 f(x) \cdot x \cdot dx = \int_0^1 (-6x^2 + 6x) \cdot x \cdot dx \\ &= \int_0^1 (-6x^3 + 6x^2) \cdot dx \\ &= \left[-6 \cdot \frac{x^4}{4} + 6 \cdot \frac{x^3}{3} \right]_0^1 \\ &= -\frac{3}{2} + 2 \\ &= \underline{\underline{0.5}} \end{aligned}$$

4

(c) Sie wissen von einer Zufallsvariablen, dass diese normalverteilt ist mit $\mu = 6$ und $\sigma = 0.2$.

Skizzieren Sie die Verteilung (Graf der Wahrscheinlichkeitsdichte) für $0 \leq x \leq 10$.



- Im Stil einer Klausurfrage, 100% Verständnis: 3 Pt.
- Im Prinzip verständlich, aber kleine Mängel an der Grafik: 2 Pt.
- Normalverteilung ohne konkrete Proportionen: 1 Pt.

3

Aufgabe 3 (4 + 3 Pt.)

7
Pt.

(a) Was halten Sie von folgendem Ausschnitt eines Zeitungs-Artikels?

Hoher Preis von Kaviar gerechtfertigt! Eine weltweite, repräsentative Untersuchung an über 5'000 Personen hat ergeben, dass die gelegentliche Einnahme von Kaviar (bereits ein Mal pro Jahr genügt) signifikant mit einer hohen Lebenserwartung korreliert.

Korrelationen wohl vorhanden, Kausalität jedoch eine andere: Ursache der höheren Lebenserwartung ist nicht der Kaviar, sondern der allg. höhere Lebensstandard der Personen (weltweit), die sich Kaviar leisten können.

- nicht vorhanden und gut erklärt
- gut vorhanden aber unvollständig erklärt
- Ursache in die richtige Richtung

4 Pt.
↑ unvollständig
1 Pt.

4

(b) Sie haben aus der Tabelle ein Vertrauensintervall herausgelesen für eine Sicherheitswahrscheinlichkeit von 90%. Nun möchten Sie das Niveau des Tests von 10% auf 5% senken, d.h. die Wahrscheinlichkeit auf 95% erhöhen. Was passiert mit dem Vertrauensintervall und warum?

Das Vertrauensintervall wird grösser, denn je grösser das Intervall, desto höher die Wahrscheinlichkeit, dass μ in diesem Intervall zu liegen kommt.

- konkrete + einflussreiche Erklärung 3 Pt.
- konkrete Erklärung, aber mit unvollständiger oder unvollständiger 2 Pt.
- Ursache in die richtige Richtung 1 Pt.

3