Interstaatliche Hochschule für Technik Buchs NTB, Sy — Mathematik in Systemtechnik II

Blöcke: Ingenieurinformatik, Technologie und Prozesse, Mechanik und Produktion — 17.2.2006

Serie 7 — Test

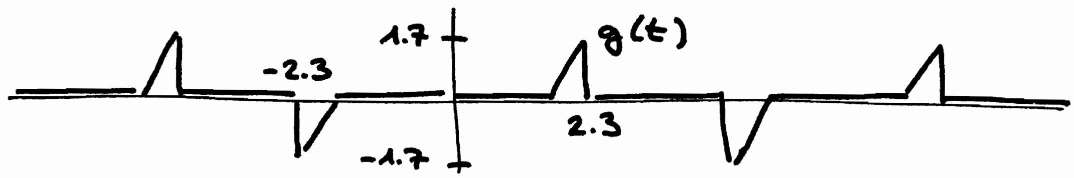
Name	Vorname	Pt. total		Note
		26	$\longrightarrow$	

– Punkteabzug oder keine Punkte für schwer verständliche oder unnötig komplizierte Lösungen.
– Hilfsmittel: nur Formelsammlung.
– Zeit: 40 Minuten.

Aufgabe 1 (4+2+2+2 Pt.)

Pt.: 10

(a) Ein Kollege von Ihnen hat die Fourierreihe eines Signals berechnet: (Handnotiz)



Fourier:

$$g(t) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{8} \cdot \left(\frac{\cos(2t)}{2} + \frac{\cos(4t)}{4} + \cdots \right)$$

Was halten Sie hiervon?

– Gleichanteil $\frac{\pi}{3}$ müsste null sein. (lin. Mittelwert)

– $g(t)$ ist ungerade: es dürften nur sin(·)-Terme vorkommen! (4)

– Problem gesehen 1 Pt.
– "nur sin(·)-Terme" 1 Pt.

Vereinfachen Sie:

(b) $\left((-1)^k - 1\right) \cdot (-1)^k = \underbrace{(-1)^{2k}}_{1} + (-1)^{k+1} = \underline{\underline{1 + (-1)^{k+1}}}$

$= \begin{cases} 0 & k \text{ gerade} \\ 2 & k \text{ ungerade} \end{cases}$ (2)

(c) $\dfrac{1}{(-j)^2 \cdot j} = \dfrac{1}{j^2 \cdot j} = \dfrac{1}{-j} = -(-j) = \underline{\underline{j}}$ (2)

(d) $e^{-j \cdot T \cdot k \cdot \omega} = e^{-j \cdot \frac{2\pi}{\omega} \cdot k \cdot \omega} = e^{-j \cdot k \cdot 2\pi} = e^{j \cdot 0} = \underline{\underline{1}}$ (2)

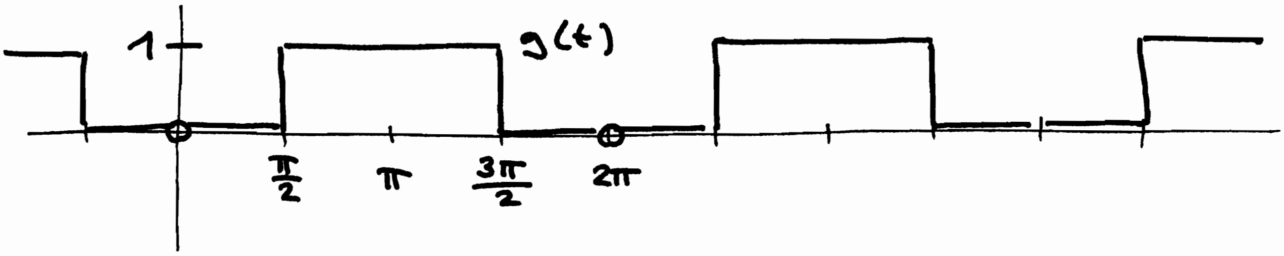
$T = \frac{2\pi}{\omega}$

$e^{j\varphi}$ ist 2π-periodisch

Aufgabe 2 (8 Pt.)

Pt. 8

Berechnen Sie von diesem Signal $g(t)$ die komplexen Fourierkoeffizienten c_0 und c_1. Das Signal ist 2π - periodisch. Ohne Formelsammlung! Tipp: erst c_0 und dann c_1 berechnen.



$$T = 2\pi \qquad f = \frac{1}{2\pi} \qquad \omega = 1$$ 1)

$$\underline{\underline{c_0}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g(t) \cdot e^0 \cdot dt$$ 1)

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{\pi/2}^{3\pi/2} 1 \cdot dt = \frac{1}{2\pi} \cdot \left(\frac{3\pi}{2} - \frac{\pi}{2} \right) = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$ 1) 1)

$$\underline{\underline{c_1}} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} g(t) \cdot e^{-j \cdot 1 \cdot 1 \cdot t} \cdot dt$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{\pi/2}^{3\pi/2} 1 \cdot e^{-j \cdot t} \cdot dt$$ 1)

$$= \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{-j} \cdot \left[e^{-j \cdot t} \right]_{\pi/2}^{3\pi/2}$$ 1)

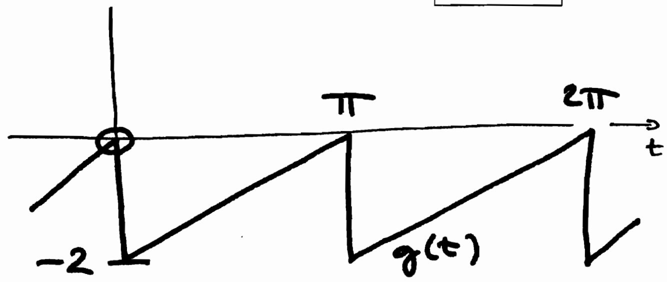
$$= \frac{1}{-2\pi \cdot j} \cdot \left(\underbrace{e^{-j \cdot \frac{3\pi}{2}}}_{j} - \underbrace{e^{-j \cdot \frac{\pi}{2}}}_{-j} \right)$$ 1)

$$= \frac{1}{-2\pi \cdot j} \cdot 2j = \underline{\underline{-\frac{1}{\pi}}}$$ 1)

Aufgabe 3 (3+2+3 Pt.)

Pt. 8

(a) $g(t)$ ist gemäß nebenstehender Skizze definiert.
Wie lautet die reelle Fourier-Reihe von $g(t)$?
Die ersten beiden Glieder genügen.
Sie dürfen die FS benützen!



$T = \pi$, d.h. $f = \frac{1}{\pi}$ und $\omega = 2\pi \cdot f = 2$

FS S. 183 (Kippschwingung)

$$-g(t) = \frac{2}{2} + \frac{2}{\pi} \cdot \left(\sin(2t) + \frac{\sin(4t)}{2} + \dots \right)$$

$$g(t) = -1 - \frac{2}{\pi} \cdot \left(\sin(2t) + \frac{\sin(4t)}{2} + \dots \right)$$

– pro Teilfehler 1 Pt. Abzug.

3

(b) Sie haben mit MATLAB Fourierkoeffizienten berechnet:

```
>> gamma = fft(y)/N;
```

$\gamma_0 = c_0 = \frac{a_0}{2}$ = Gleichanteil

Wie erhalten Sie hieraus mit MATLAB den Gleichanteil? MATLAB-Code!

```
>> gleichanteil = gamma(1)
```

also

MATLAB beginnt mit 1!

Nur ein Pt: – MATLAB-Syntax
– Faktor "2"
– gamma(0)

2

(c) In einem Signal kommen Frequenzen bis ca. 12 kHz vor. Sie filtern das Signal mit einem steilen Tiefpassfilter bis auf 8000 Hz. Sie wollen dieses gefilterte Signal nun messen (sampling) und dann mittels `fft` das Amplitudenspektrum aufstellen. Welche Abtastfrequenz wählen Sie für die Messung und warum?

Mindestens die doppelte Abtastfrequenz, da sonst Aliasing auftreten kann (Shannon / Nyquist), d.h. mind. 16 kHz.

– 16 kHz 2 Pt
– S / N / Aliasing 1 Pt.
(erwähnen !!!)
– 24 kHz : 1 Pt

3